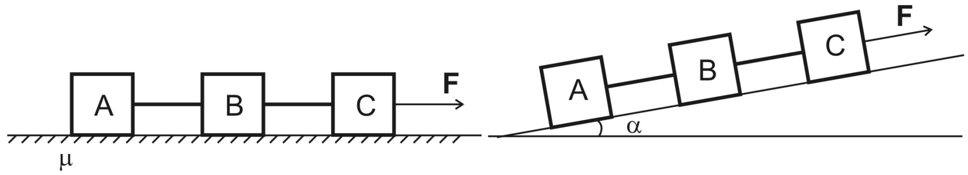
Politecnico di Milano - Fisica Sperimentale A+B (prof. Lamberto Duò)

a.a. 2005-2006 - Facoltà Ingegneria Industriale - Ind. Energetica

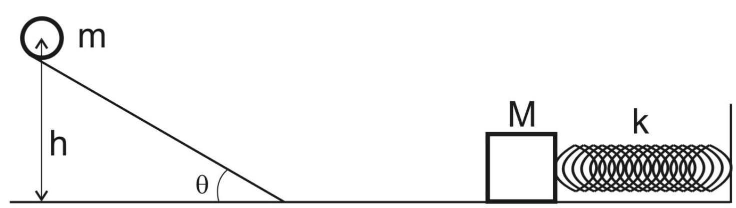
I prova in itinere – 5 maggio 2006 – Tema A

1) Una forza **F** di intensità costante traina tre casse A, B e C - come mostrato in figura, a sinistra - su un piano scabro caratterizzato, per tutte le casse, dal coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.15$. Le casse sono collegate tra loro da funi inestensibili e omogenee, le quali hanno la medesima tensione di rottura $T_R = 1500$ N.
Conoscendo i valori delle tre masse $m_A = 50$ kg, $m_B = 60$ kg , $m_C = 80$ kg e sapendo che il sistema si muove con accelerazione costante di modulo $a = 4$ m/s^2, calcolare:
a) l'intensità della forza **F** e delle tensioni delle due funi di collegamento;
b) il valore massimo della forza **F** tale che nessuna fune si spezzi.
c) Si supponga ora di sostituire il piano orizzontale scabro con un piano inclinato privo di attrito: quale deve essere l'inclinazione α di tale piano affinchè, applicando una forza di intensità pari a quella ricavata al punto a), il sistema si muova con il medesimo modulo dell'accelerazione? (vedi figura, a destra)



2) a) Si dica sotto quali condizioni una forza può essere definita *forza centrale* e si forniscano degli esempi di tale tipo di forza.
b) Si dica, motivando la risposta, quali grandezze risultano conservate durante il moto di un corpo soggetto a a una forza centrale.
c) Considerando poi il caso particolare della forza gravitazionale, si calcoli l'espressione dell'energia potenziale gravitazionale nel caso di due masse m_1 ed m_2 poste alla distanza d.

3) Una sferetta di massa m = 0.4 kg è inizialmente ferma sulla sommità di un piano liscio, inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale, alla quota h = 1.85 m. A un certo istante, la sferetta viene lasciata libera di muoversi e raggiunto il piano orizzontale, anch'esso liscio, urta in modo perfettamente anelastico un cubo di massa M = 0.8 kg, inizialmente fermo e collegato - come in figura - a una molla ideale di costante elastica k = 120 N/m, a riposo al momento dell'urto.
Si calcolino:
a) la velocità della sferetta un istante prima dell'urto;
b) il periodo e l'ampiezza delle oscillazioni del sistema successivamente all'urto;
c) l'energia dissipata nell'urto.
d) Supponendo poi che l'oggetto composto da sferetta e cubo uniti insieme si distacchi dalla molla non appena questa ripassa per la prima volta nella posizione di equilibrio, si calcoli fino a quale altezza sul piano inclinato riuscirà a salire tale oggetto.



4) a) Si descriva brevemente l'esperimento di verifica della seconda legge della dinamica.
Si considerino poi i dati riportati in tabella. La variabile a rappresenta l'accelerazione del sistema misurata per vari valori della massa m sospesa al filo, lavorando a m+M = costante = 0.6 kg, dove M è la massa del carrello e degli eventuali accessori posti sopra di esso.

m (g)	a (m/s^2)
10	0.16
20	0.33
30	0.50
40	0.61

b) Si rappresenti in un grafico, in modo quantitativo, l'andamento dell'accelerazione in funzione della forza esterna agente sul sistema.
c) Si valuti, in base ai dati, il valor medio dell'accelerazione di gravità g nei pressi della superficie terrestre.

Politecnico di Milano - Fisica Sperimentale A+B (prof. Lamberto Duò)
a.a. 2005-2006 - Facoltà Ingegneria Industriale - Ind. Energetica

I prova in itinere – 5 maggio 2006 – Tema A

Soluzioni

Esercizio 1

a) Complessivamente, la risultante delle forze agenti sul sistema delle tre casse è data dalla composizione della forza di traino e di quella di attrito, la quale agisce allo stesso modo su tutte le casse, quindi ci permette di considerare il sistema delle tre casse e ricavare direttamente la forza di traino, conoscendo l'accelerazione del sistema:

$$(m_A + m_B + m_C)a = F - F_{attrito} = F - \mu(m_A + m_B + m_C)g$$
$$F = (m_A + m_B + m_C)(a + \mu g) = 1039.3 \text{ N}$$

Per ricavare le tensioni delle funi di collegamento, bisogna considerare le forze agenti sui singoli corpi. Il moto complessivo appena considerato è infatti dato dal sistema di singole equazioni:

$$\begin{cases} m_A a = T_{AB} - \mu m_A g \\ m_B a = T_{BC} - T_{AB} - \mu m_B g \\ m_C a = F - T_{BC} - \mu m_C g \end{cases}$$

Dalle prime due si ricava:

$$T_{AB} = m_A(a + \mu g) = 273.5 \text{ N}$$
$$T_{BC} = m_B(a + \mu g) + T_{AB} = 601.7 \text{ N}$$

b) Poiché dall'ultima equazione riportata qui sopra si vede che necessariamente T_{BC} è sempre maggiore di T_{AB}, la forza minima necessaria a rompere almeno una delle due funi sarà tale da spezzare la fune BC. Troviamo quindi, in funzione di T_{BC}, l'espressione di tale forza, partendo dall'ultima equazione del sistema scritto sopra e sostituendo in essa la tensione con quella massima possibile, cioè quella di rottura T_R:

$$F_{\max} = m_C(a_{\max} + \mu g) + T_R$$

a cui corrisponde ovviamente anche una diversa accelerazione, indicata come $a_{\max}$, che ricaviamo dall'espressione trovata al punto a):

$$(a_{\max} + \mu g) = \frac{F_{\max}}{(m_A + m_B + m_C)}$$

combinando insieme le due cose, si ha infine:

$$F_{\max} = \frac{m_A + m_B + m_C}{m_A + m_B} T_R = 2591 \text{ N}$$

c) Nella situazione con il piano inclinato, non si ha più l'attrito. Tuttavia, c'è una componente della forza peso che ora si oppone al moto, ricoprendo lo stesso ruolo che ricopriva la forza d'attrito nel caso precedente. Ripercorrendo gli stessi passi, si troverà quindi che per avere la stessa accelerazione a parità di forza trainante, occore avere la stessa forza frenante. Cioè la componente della forza peso lungo il piano inclinato liscio deve essere pari alla componente della forza d'attrito sul piano orizzontale:

$$(m_A + m_B + m_C)g \sin\alpha = \mu(m_A + m_B + m_C)g$$

da cui si ha subito:

$$\alpha = \arcsin(\mu) = 8.6°$$

Esercizio 2

a) Le condizioni tali che una forza possa essere definita centrale sono:

i) la forza è sempre diretta verso lo stesso punto, fisso in un sistema di riferimento inerziale (polo);

ii) l'intensità della forza dipende unicamente dal modulo della distanza dal polo, F = F(r).

b) Viste le definizioni sopra riportate, nel calcolare il lavoro di una forza centrale si ha che essa, oltre ad essere sempre antiparallela alla posizione se l'origine coincide con il polo, varia unicamente in funzione della distanza, quindi si ha:

$$L_{A\to B} = \int_{r_A}^{r_B} \vec{F} \cdot d\vec{r} = f(r_A) - f(r_B)$$

dove *f* rappresenta la funzione integrale di F in dr, comunque dipendende solo da r.
Quest'ultimo passaggio dimostra che una forza centrale è anche conservativa, di conseguenza l'energia meccanica totale è una grandezza conservata durante il moto di un corpo soggetto a una forza centrale.
Un'altra grandezza conservata nel moto sotto una forza centrale è il momento angolare totale. Partendo infatti dall'equazione cardinale $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$, essendo $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 0$ nel caso di una forza centrale, si ha che il momento angolare $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$ non varia nel tempo, cioè è una grandezza conservata durante il moto.

c) Per calcolare l'energia potenziale della forza gravitazionale, partiamo dall'espressione della forza stessa per due masse m_1 ed m_2 separate dalla distanza r:

$$\vec{F}(r) = -G\frac{m_1 m_2}{r^2}\hat{u}_r$$

Questa è una forza centrale, quindi conservativa, e si può definire un'energia potenziale le cui variazioni sono pari al lavoro cambiato di segno. Nel caso specifico di questa forza, è comodo porre l'energia potenziale uguale a zero quando i corpi sono a distanza infinita. Nel caso richiesto dal problema si ha quindi, per portare le due masse a distanza d partendo dall'infinito:

$$U(d) = \Delta U(\infty \to d) = -L_{\infty\to d} = -\int_{\infty}^{d} \vec{F} \cdot d\vec{r} = Gm_1 m_2 \int_{\infty}^{d} \frac{dr}{r^2} = -G\frac{m_1 m_2}{d}$$

Esercizio 3

a) La sferetta scende da un piano inclinato privo di attrito e poi viaggia su un piano orizzontale pure liscio. In questa fase si ha quindi la conservazione dell'energia totale meccanica, quindi la velocità un istante prima dell'urto si trova imponendo tale condizione:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - mgh = 0$$

$$v_0 = \sqrt{2gh} = 6 \text{ m/s}$$

b) Il periodo può essere calcolato facilmente, conoscendo le masse (nel moto oscillatorio intervengono le due masse insieme) e la costante elastica della molla:

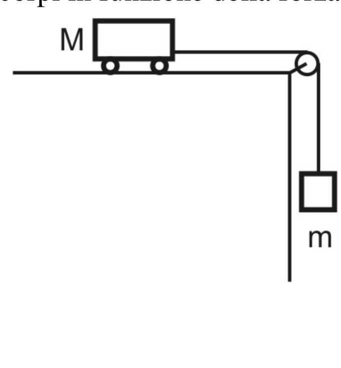
$$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}}=0.63\text{ s}$$
Per il calcolo dell'ampiezza di oscillazione, si possono ricavare le condizioni iniziali del moto in funzione di A, oppure si può anche considerare il fatto che la forza elastica è conservativa, quindi l'energia cinetica del blocco sfera+cubo si traduce tutta in energia potenziale elastica:
$$\frac{1}{2}(m+M)v_1^{\,2}=\frac{1}{2}kA^2$$
Dove la velocità considerata è quella subito dopo l'urto. Essendo quest'ultimo anelastico, si ha:
$$mv_0=(m+M)v_1 \;\Rightarrow\; v_1=\frac{m}{m+M}v_0$$
e, infine:
$$A=\frac{m}{m+M}v_0\sqrt{\frac{m+M}{k}}=20\text{ cm}$$

c) L'energia persa nell'urto è pari alla variazione di energia cinetica, la quale vale:
$$\Delta E_K=\frac{1}{2}(m+M)v_1^{\,2}-\frac{1}{2}mv_0^{\,2}=-4.8\text{ J}$$
per cui $E_{dissipata}=4.8\text{ J}$.

d) poiché il blocco si stacca esattamente nella posizione di riposo, la velocità che esso possiede in questo punto è ancora v_1, cioè ho recuperato tutta l'energia cinetica ceduta come energia potenziale alla molla. Tale energia cinetica viene poi spesa per salire il piano, in modo che l'energia totale meccanica si conservi, esattamente come nel punto a):
$$-\frac{1}{2}(m+M)v_1^{\,2}+(m+M)gh_{fin}=0$$
$$h_{fin}=\frac{v_1^{\,2}}{2g}=\frac{1}{2g}\left(\frac{m}{m+M}v_0\right)^2=20\text{ cm}$$

Esercizio 4

a) Nell'esperimento di verifica della seconda legge della dinamica $\vec{F}=m\vec{a}$ abbiamo costruito un sistema nel quale si andava a misurare l'accelerazione di un insieme di corpi in funzione della forza esterna ad essi applicata. Tale sistema era costituito da un carrello in moto su un piano orizzontale privo di attrito, collegato con un filo omogeneo, inestensibile e di massa trascurabile a un portapesi sospeso nel piano verticale tramite una carrucola priva di attrito e di massa trascurabile, come nella figura a fianco. Il moto di questi corpi è dato dal sistema che si ottiene tenendo presente che l'accelerazione ha lo stesso valore per entrambi gli oggetti e che lo stesso vale per la tensione:



$$\begin{cases} ma=mg-T \\ Ma=T \end{cases}$$
da cui si ricava, combinando le due equazioni:
$$mg=(m+M)a$$
Quest'ultima ha quindi la forma della seconda legge della dinamica, la forza esterna mg può essere variata a piacimento aggiungendo o togliendo pesi dal portapesi di massa totale m.

Per verificare la validità dell'equazione, data dal confronto tra tale forza esterna e l'accelerazione misurata con il sonar indirizzato verso il carrello in movimento (oppure con l'accelerometro), occorreva mantenere costante il restante membro dell'ultima equazione, cioè la somma totale delle masse dei pesi e del carrello m+M.
Questo è stato fatto spostando sul carrello tutti i pesi tolti dal portapesi.

b) Il grafico doveva quindi riportare in ascissa la variabile indipendente mg (la forza esterna applicata al sistema) e in ordinata l'accelerazione misurata dal sonar o dall'accelerometro (valori in tabella). Nel risultava una serie di punti approssimabile con una retta passante per l'origine degli assi e il cui coefficiente angolare si poteva stimare punto per punto, facendone poi la media.

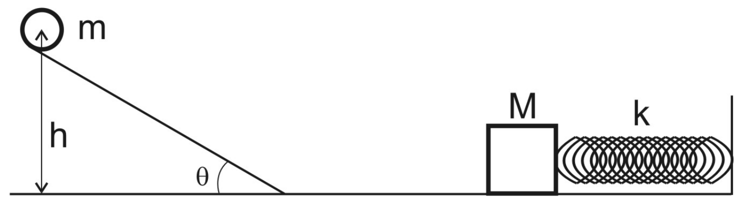
c) Per ogni punto, la costante g si poteva ricavare da: $g = \frac{m+M}{m} a$.
Facendo la media tra i punti sperimentali si ottiene la stima g = 9.66 m/s^2.

Politecnico di Milano - Fisica Sperimentale A+B (prof. Lamberto Duò)

a.a. 2005-2006 - Facoltà Ingegneria Industriale - Ind. Energetica

I prova in itinere – 5 maggio 2006 – Tema B

1) Una sferetta di massa m = 0.4 kg è inizialmente ferma sulla sommità di un piano liscio, inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale, alla quota h = 46 cm. A un certo istante, la sferetta viene lasciata libera di muoversi e raggiunto il piano orizzontale, anch'esso liscio, urta in modo perfettamente anelastico un cubo di massa M = 0.8 kg, inizialmente fermo e collegato - come in figura - a una molla ideale di costante elastica k, a riposo al momento dell'urto. La molla raggiunge una compressione massima, in seguito all'urto, pari a 9 cm.
Si calcolino:
a) la velocità della sferetta un istante prima dell'urto;
b) il valore della costante k e il periodo delle oscillazioni del sistema successive all'urto;
c) l'energia dissipata nell'urto.
d) Supponendo poi che l'oggetto composto da sferetta e cubo uniti insieme si distacchi dalla molla non appena questa ripassa per la prima volta nella posizione di equilibrio, si calcoli fino a quale altezza sul piano inclinato riuscirà a salire tale oggetto.



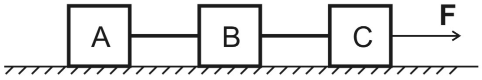
2) a) Si descriva brevemente l'esperimento di verifica della seconda legge della dinamica.
Si considerino poi i dati riportati in tabella. La variabile a rappresenta l'accelerazione del sistema misurata per vari valori della massa m sospesa al filo, lavorando a m+M = costante = 0.6 kg, dove M è la massa del carrello e degli eventuali accessori posti sopra di esso.

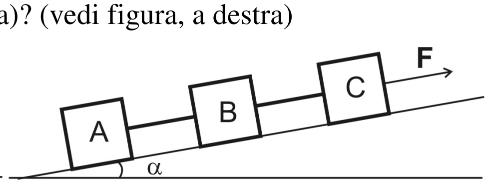
m (g)	**a (m/s^2)**
20	0.32
30	0.49
40	0.65
50	0.82

b) Si rappresenti in un grafico, in modo quantitativo, l'andamento dell'accelerazione in funzione della forza esterna agente sul sistema.
c) Si valuti, in base ai dati, il valor medio dell'accelerazione di gravità g nei pressi della superficie terrestre.

3) a) Si dica sotto quali condizioni una forza può essere definita *forza centrale* e si forniscano degli esempi di tale tipo di forza.
b) Si dica, motivando la risposta, quali grandezze risultano conservate durante il moto di un corpo soggetto a una forza centrale.
c) Considerando poi il caso particolare della forza gravitazionale, si mostri come si possono ricavare le prime due leggi di Keplero sulla base delle caratteristiche di tale forza.

4) Una forza **F** di intensità costante traina tre casse A, B e C - come mostrato in figura, a sinistra - su un piano scabro caratterizzato, per tutte le casse, dal coefficiente di attrito dinamico μ = 0.15. Le casse sono collegate tra loro da funi inestensibili e omogenee, le quali hanno la medesima tensione di rottura T_R = 1500 N.
Conoscendo i valori delle tre masse m_A = 90 kg, m_B = 30 kg, m_C = 40 kg e supponendo che la forza **F** applicata abbia intensità pari a 800 N, calcolare:
a) il modulo dell'accelerazione **a** con la quale si muove il sistema e l'intensità delle tensioni delle due funi di collegamento;
b) calcolare poi il valore massimo della forza **F** tale che nessuna fune si spezzi.
c) Si supponga ora di sostituire il piano orizzontale scabro con un piano inclinato privo di attrito: quale deve essere l'inclinazione α di tale piano affinchè, applicando una forza di intensità pari ancora a 800 N, il sistema si muova con il medesimo modulo dell'accelerazione ricavato al punto a)? (vedi figura, a destra)





Politecnico di Milano - Fisica Sperimentale A+B (prof. Lamberto Duò)

a.a. 2005-2006 - Facoltà Ingegneria Industriale - Ind. Energetica

I prova in itinere – 5 maggio 2006 – Tema B

Soluzioni

Esercizio 1

a) La sferetta scende da un piano inclinato privo di attrito e poi viaggia su un piano orizzontale pure liscio. In questa fase si ha quindi la conservazione dell'energia totale meccanica, quindi la velocità un istante prima dell'urto si trova imponendo tale condizione:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - mgh = 0$$

$$v_0 = \sqrt{2gh} = 3 \text{ m/s}$$

b) Per il calcolo della la costante elastica della molla, conoscendo la compressione massima A, si può considerare il fatto che la forza elastica è conservativa, quindi l'energia cinetica del blocco sfera+cubo si traduce tutta in energia potenziale elastica:

$$\frac{1}{2}(m+M)v_1^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

Dove la velocità considerata è quella subito dopo l'urto. Essendo quest'ultimo anelastico, si ha:

$$mv_0 = (m+M)v_1 \;\Rightarrow\; v_1 = \frac{m}{m+M}v_0$$

e, quindi:

$$k = \frac{m^2 v_0^2}{(m+M)A} = 148 \text{ N/m}$$

Il periodo può essere calcolato facilmente, conoscendo le masse (nel moto oscillatorio intervengono le due masse insieme) e nota a questo punto la costante elastica della molla:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m+M}{k}} = 0.56 \text{ s}$$

c) L'energia persa nell'urto è pari alla variazione di energia cinetica, la quale vale:

$$\Delta E_K = \frac{1}{2}(m+M)v_1^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -1.2 \text{ J}$$

per cui $E_{dissipata} = 1.2$ J .

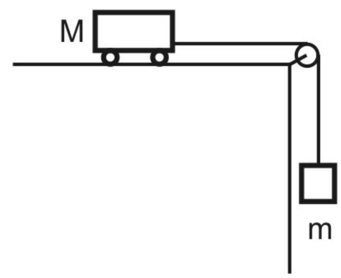
d) poiché il blocco si stacca esattamente nella posizione di riposo, la velocità che esso possiede in questo punto è ancora v_1, cioè ho recuperato tutta l'energia cinetica ceduta come energia potenziale alla molla. Tale energia cinetica viene poi spesa per salire il piano, in modo che l'energia totale meccanica si conservi, esattamente come nel punto a):

$$-\frac{1}{2}(m+M)v_1^2 + (m+M)gh_{fin} = 0$$

$$h_{fin} = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{1}{2g}\left(\frac{m}{m+M}v_0\right)^2 = 5.1 \text{ cm}$$

Esercizio 2

a) Nell'esperimento di verifica della seconda legge della dinamica $\vec{F} = m\vec{a}$ abbiamo costruito un sistema nel quale si andava a misurare l'accelerazione di un insieme di corpi in funzione della forza esterna ad essi applicata. Tale sistema era costituito da un carrello in moto su un piano orizzontale privo di attrito, collegato con un filo omogeneo, inestensibile e di massa trascurabile a un portapesi sospeso nel piano verticale tramite una carrucola priva di attrito e di massa trascurabile, come nella figura a fianco. Il moto di questi corpi è dato dal sistema che si ottiene tenendo presente che l'accelerazione ha lo stesso valore per entrambi gli oggetti e che lo stesso vale per la tensione:



$$\begin{cases} ma = mg - T \\ Ma = T \end{cases}$$

da cui si ricava, combinando le due equazioni:

$$mg = (m + M)a$$

Quest'ultima ha quindi la forma della seconda legge della dinamica, la forza esterna mg può essere variata a piacimento aggiungendo o togliendo pesi dal portapesi di massa totale m.
Per verificare la validità dell'equazione, data dal confronto tra tale forza esterna e l'accelerazione misurata con il sonar indirizzato verso il carrello in movimento (o con l'accelerometro), occorreva mantenere costante il restante membro dell'ultima equazione, cioè la somma totale delle masse dei pesi e del carrello m+M.
Questo è stato fatto spostando sul carrello tutti i pesi tolti dal portapesi.

b) Il grafico doveva quindi riportare in ascissa la variabile indipendente mg (la forza esterna applicata al sistema) e in ordinata l'accelerazione misurata dal sonar o dall'accelerometro (valori in tabella). Nel risultava una serie di punti approssimabile con una retta passante per l'origine degli assi e il cui coefficiente angolare si poteva stimare punto per punto, facendone poi la media.

c) Per ogni punto, la costante g si poteva ricavare da: $g = \frac{m+M}{m} a$.
Facendo la media tra i punti sperimentali si ottiene la stima g = 9.75 m/s^2.

Esercizio 3

a) Le condizioni tali che una forza possa essere definita centrale sono:
i) la forza è sempre diretta verso lo stesso punto, fisso in un sistema di riferimento inerziale (polo);
ii) l'intensità della forza dipende unicamente dal modulo della distanza dal polo, F = F(r).

b) Viste le definizioni sopra riportate, nel calcolare il lavoro di una forza centrale si ha che essa, oltre ad essere sempre antiparallela alla posizione se l'origine coincide con il polo, varia unicamente in funzione della distanza, quindi si ha:

$$L_{A \to B} = \int_{r_A}^{r_B} \vec{F} \cdot d\vec{r} = f(r_A) - f(r_B)$$

dove *f* rappresenta l'integrale della F su dr, comunque dipendente dal solo r.

Quest'ultimo passaggio dimostra che una forza centrale è anche conservativa, di conseguenza l'energia meccanica totale è una grandezza conservata durante il moto di un corpo soggetto a una forza centrale.
Un'altra grandezza conservata nel moto sotto una forza centrale è il momento angolare totale. Partendo infatti dall'equazione cardinale $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$, essendo $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = 0$ nel caso di una forza centrale, si ha che il momento angolare $\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v}$ non varia nel tempo, cioè è una grandezza conservata durante il moto.

c) Le leggi di Keplero citate affermano che:

i) le orbite che i pianeti descrivono attorno al Sole sono ellissi in cui il Sole stesso occupa uno dei due fuochi;
ii) il raggio vettore che congiunge il centro del Sole con il centro di ciascun pianeta orbitante intorno ad esso spazza aree proporzionali ai tempi impiegati a descriverle (velocità areolare costante).

Della prima è possibile sia dimostrare che le orbite sono ellittiche (dimostrazione però molto complessa e non richiesta), sia che sono piane. Quest'ultima cosa deriva dal fatto che in un moto centrale il vettore momento angolare si conserva, quindi la sua direzione è sempre la stessa. Ora, vista l'espressione di **L** riportata poco sopra, tale direzione è sempre ortogonale alla velocità, perciò il moto avviene sempre in piani ortogonali alla direzione fissa di **L**.
La legge ii) deriva anch'essa dalla conservazione del momento angolare, in particolare del suo modulo. L'espressione in funzione del tempo del momento angolare si può scivere, in particolare:

$$\vec{L} = \vec{r} \times m\vec{v} = m\frac{\vec{r} \times \vec{v}dt}{dt} = m\frac{\vec{r} \times d\vec{r}}{dt}$$

Il modulo di quest'ultimo vettore è proporzionale all'area infinitesima di un triangolo curvilineo individuato dal raggio vettore e dallo spostamento infinitesimo sull'orbita (area spazzata), divisa per un istante di tempo dt, ed è uguale al modulo del momento angolare infinitesimo. Poiché quest'ultima grandezza è costante nel moto centrale per qualsiasi intervallo di tempo si consideri, anche il rapporto tra l'area e l'intervallo di tempo rimane costante.

Esercizio 4

a) Complessivamente, la risultante delle forze agenti sul sistema delle tre casse è data dalla composizione della forza di traino e di quella di attrito, la quale agisce allo stesso modo su tutte le casse, quindi ci permette di considerare il sistema delle tre casse e ricavare direttamente l'accelerazione, conoscendo la forza di traino applicata al sistema:

$$(m_A + m_B + m_C)a = F - F_{attrito} = F - \mu(m_A + m_B + m_C)g$$

$$a = \frac{F}{m_A + m_B + m_C} - \mu g = 3.53 \text{ m/s}^2$$

Per ricavare le tensioni delle funi di collegamento, bisogna considerare le forze agenti sui singoli corpi. Il moto complessivo appena considerato è infatti dato dal sistema di singole equazioni:

$$\begin{cases} m_A a = T_{AB} - \mu m_A g \\ m_B a = T_{BC} - T_{AB} - \mu m_B g \\ m_C a = F - T_{BC} - \mu m_C g \end{cases}$$

Dalle prime due si ricava, nota l'accelerazione:

$$T_{AB} = m_A(a + \mu g) = 450 \text{ N}$$
$$T_{BC} = m_B(a + \mu g) + T_{AB} = 600 \text{ N}$$

b) Poiché dall'ultima equazione riportata qui sopra si vede che necessariamente T_{BC} è sempre maggiore di T_{AB}, la forza minima necessaria a rompere almeno una delle due funi sarà tale da spezzare la fune BC. Troviamo quindi, in funzione di T_{BC}, l'espressione di tale forza, partendo dall'ultima equazione del sistema scritto sopra e sostituendo in essa la tensione con quella massima possibile, cioè quella di rottura T_R:

$$F_{\max} = m_C(a_{\max} + \mu g) + T_R$$

a cui corrisponde ovviamente anche una diversa accelerazione, indicata come a_{max}, che ricaviamo dall'espressione trovata al punto a):

$$(a_{\max} + \mu g) = \frac{F_{\max}}{(m_A + m_B + m_C)}$$

combinando insieme le due cose, si ha infine:

$$F_{\max} = \frac{m_A + m_B + m_C}{m_A + m_B} T_R = 2000 \text{ N}$$

c) Nella situazione con il piano inclinato, non si ha più l'attrito. Tuttavia, c'è una componente della forza peso che ora si oppone al moto, ricoprendo lo stesso ruolo che ricopriva la forza d'attrito nel caso precedente. Ripercorrendo gli stessi passi, si troverà quindi che per avere la stessa accelerazione a parità di forza trainante, occore avere la stessa forza frenante. Cioè la componente della forza peso lungo il piano inclinato liscio deve essere pari alla componente della forza d'attrito sul piano orizzontale:

$$(m_A + m_B + m_C) g \sin\alpha = \mu(m_A + m_B + m_C) g$$

da cui si ha subito:

$$\alpha = \arcsin(\mu) = 8.6°$$