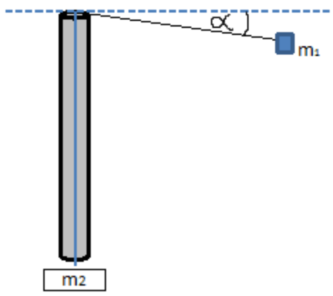
FONDAMENTI di FISICA SPERIMENTALE

(R. Bertacco, E. Carpene, G. Ghiringhelli, G. Isella)

Appello 6 Maggio 2016

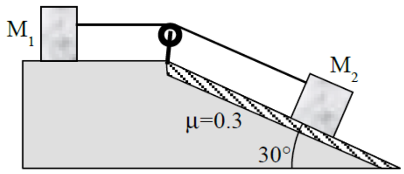
Giustificare le risposte e scrivere in modo chiaro e leggibile. Tempo a disposizione: 2 ore. Punteggio: 8 punti per esercizio.

1) Una "bilancia rotante" è costituita da un filo lungo L_f = 60 cm che scorre senza attrito dentro un piccolo tubo di lunghezza L_t = 20 cm (vedi figura a lato). Alle estremità del filo sono fissate una massa incognita (m_2) ed una nota (m_1). Durante la misura, la massa m_1 viene fatta ruotare ad una velocità angolare costante ω, in modo che m_2 resti ad una quota fissa, sfiorando la parte inferiore del tubicino, e viene misurato l'angolo α che il filo forma con l'orizzontale.



a) Qual è l'espressione di m_2, in funzione di m_1 e α?
b) Se m_1 = 50 g e il periodo di rotazione è di 0.5 s, determinare m_2 e α.
c) Ad un dato istante il filo si spezza, cosicché m_1 e m_2 cadono a terra. Se m_2 inizialmente si trova a un'altezza dal terreno h = 160 cm, ignorando gli attriti, determinare con quale ritardo m_1 tocca terra rispetto a m_2.

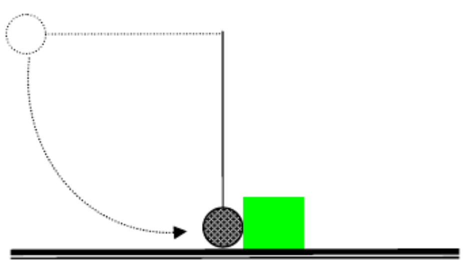
2) Due blocchi di massa M_1 = 2 kg e M_2 = 6 kg sono uniti da una fune ideale che scorre su una carrucola anch'essa ideale, come indicato nel disegno. Il blocco M_1 si trova su un piano orizzontale liscio, mentre M_2 giace su un piano inclinato scabro (coeff. di attrito dinamico μ = 0.3), inclinato di 30° rispetto all'orizzontale. Inizialmente i due blocchi sono in quiete, ma dopo la rimozione di un vincolo, M_2 inizia a scivolare trascinando M_1. Si determini:



a) la forza di attrito (modulo, direzione e verso) agente sul blocco M_2;
b) la velocità dei due blocchi quando hanno percorso una distanza di 30 cm dalla posizione iniziale.

3) Un punto materiale di massa m si muove sotto l'azione di una forza $F=-k r^3 u_r$ dove r ed $\boldsymbol{u_r}$ sono rispettivamente il modulo ed il versore del raggio uscente da un punto O. In un istante iniziale t_0 il punto si trova ad una distanza r_0 da O e si muove con una velocità v_0 che forma un angolo di 30° con il suo vettore posizione rispetto a O.
   a) La forza $\boldsymbol{F}$ è conservativa? Dimostare la validità della risposta a partire dalla definizione di forza conservativa.
   b) Quanto vale il lavoro compiuto da $\boldsymbol{F}$ per uno spostamento che porti il punto materiale dalla posizione inziale r_0 ad una finale $r_1 = 2\, r_0$?
   c) Quanto vale il momento della quantità di moto $\boldsymbol{L}$ calcolato rispetto ad O all'istante t_0? E negli istanti successivi? Giustificare la risposta.

4) Un palla rigida di massa m = 0.5 kg è agganciata ad una fune lunga L = 0.8 m, fissata all'altra estremità. La palla viene abbandonata quando la fune è tesa e orizzontale. Giunta nel punto più basso della traiettoria, la palla colpisce elasticamente un blocco di massa M = 3 kg, inizialmente fermo su una superficie scabra. Si calcolino:
   a) la velocità della palla immediatamente dopo l'urto v_1';
   b) la velocità del blocco immediatamente dopo l'urto v_2';
   c) supponendo che il blocco si metta in moto con velocità v_2'; quanto deve valere il coefficiente di attrito dinamico tra piano e corpo affinché quest' ultimo si arresti dopo aver percorso una distanza d=74cm?



1.

m1 = 0.05 kg
$\omega = 2\pi/(0.5\ s) = 12.57\ s^{-1}$

$L_f = 0.6$ m
$L_t = 0.2$ m

massa 2:

$\mathbf{T} + m_2\mathbf{g} = 0$
$T - m_2 g = 0$
$T = m_2 g$

massa 1:

$\mathbf{T} + m_1\mathbf{g} = m_1\mathbf{a} = m_1 r\omega^2\ (-\mathbf{u_r})$

orrizontale: $T \cos\alpha = m_1 r\omega^2 = m_1[(L_f - L_t)\cos\alpha]\omega^2$
verticale: $T \sin\alpha = m_1 g$

a) $T = m_2 g = m_1 g/\sin\alpha$

$m_2 = m_1/\sin\alpha$

b) $T \cos\alpha = m_1 r\omega^2 = m_1[(L_f - L_t)\cos\alpha]\omega^2$
$T = m_2 g = m_1(L_f - L_t)\omega^2$
$m_2 = m_1(L_f - L_t)\omega^2/g = \underline{0.32\ kg}$
$\alpha = \arcsin(m_1/m_2) = \arcsin(g/[\omega^2(L_f - L_t)]) = \underline{8.93°}$

c) $y(t) = h_i - ½gt^2 = 0$ per $t = t_{cad}$
$t_{cad} = \sqrt{[2h_i/g]}$
massa 2: $h_2 = h = 1.60$ m
massa 1: $h_1 = h + L_t - (L_f - L_t)\sin\alpha$

$\Delta t_{cad} = t_{cad,1} - t_{cad,2}$
$= \sqrt{[2(h + L_t - (L_f - L_t)\sin\alpha)/g]} - \sqrt{[2h/g]}$
$= 0.595\ s - 0.571\ s$
$= \underline{0.024\ s}$

2.

$M_1 = 2$ kg
$M_2 = 6$ kg

$\mu = 0.3$

$\alpha = 30°$

a) massa 2: $\mathbf{T}_2 + M_2\mathbf{g} + \mathbf{N}_2 + \mathbf{F}_A = m_2\mathbf{a}_2$

lungo piano scabro (verso destra) $M_2a_2 = -T_2 + M_2g \sin\alpha - F_A$
perpendicolare al piano scabro $N_2 = M_2g \cos\alpha$

$F_A = \mu N_2 = \mu M_2 g \cos\alpha =$ **15.3 N** lungo piano scabro (su, sinistra)

b) massa 1: $\mathbf{T}_1 + M_1\mathbf{g} + \mathbf{N}_1 = M_1\mathbf{a}_1$

lungo piano orizzontale (verso destra) $M_1a_1 = T_1$

$a_1 = a_2 = a$
$T_1 = T_2 = T = M_1a$
$T_1 = M_1a$
$T_2 = -M_2a + M_2g \sin\alpha – F_A$

$T_1 = T_2$

$M_1a = -M_2a + M_2g \sin\alpha – F_A$
$a(M_2 + M_1) = M_2g \sin\alpha - \mu M_2g \cos\alpha$

$a = [\sin\alpha - \mu\cos\alpha]\, M_2g/(M_2 + M_1) = 1.77\ \text{m/s}^2$

$v(t) = v_0 + at;\ v_0 = 0$
$s(t) = s_0 + ½at^2;\ s_0 = 0$

$v = \sqrt{[2as]} = 1.03$ m/s

oppure: $E_{M,f} = E_{M,i} + L$

$E_{M,i} = E_{K,i} + E_{P,i}$ $E_{M,f} = E_{K,f} + E_{P,f}$

$E_{K,i} = 0$ $E_{P,i} = M_2gh_{2,i}$ (l'altezza di M_1 non cambia)

$E_{K,f} = ½ M_1 v^2 + ½ M_2 v^2 = ½ (M_1+M_2) v^2$ $(v_1 = v_2 = v)$
$E_{P,i} = M_2gh_{2,f}$
$h_{2,i} - h_{2,f} = \Delta h_2 = s \sin\alpha$
$L = -F_A\, s$
$½ (M_1+M_2) v^2 = M_2g(\Delta h_2) - \mu M_2g\, s \cos\alpha = M_2g\, s\, [\sin\alpha - \mu\cos\alpha]$

$v = \sqrt{\{2M_2g\, s\, [\sin\alpha - \mu\cos\alpha]/(M_1+M_2)\}}$

3.

a) Una forza si definisce conservativa se il lavoro svolto dalla forza stessa, relativo ad un tratto di traiettoria che unisce due punti AB, dipende solo dalla posizione dei punti A e B e non dalla particolare traiettoria che li collega. Nel caso della forza proposta nell'esercizio si ha:

$$L_{A\Rightarrow B}=\int -k r^3 u_r \cdot dr=\int -k r^3 dr=\frac{1}{4}k r_A^4-\frac{1}{4}k r_B^4$$

Essendo $L_{A\Rightarrow B}$ dipendente solo da r_A ed r_B F è conservativa. In generale una qualsiasi forza centrale è conservativa.

b) $L=\frac{1}{4}k r_0^4-\frac{1}{4}k 16 r_0^4=-\frac{15}{4}k r_0^4$

c) $L=r_0 \times m v_0$

$$|L|=r_0 m v_0 \sin(\theta)=\frac{1}{2}r_0 m v_0$$

Essendo *F* una forza centrale con centro in *O* il momento di *F* rispetto ad *O* è pari a zero e di conseguenza ***L*** è una costante del moto.

4.

La velocità della pallina immediatamente prima dell'urto è pari a:

$$v_1=\sqrt{2 g L}=3.96 m/s$$

Essendo l'urto elastico e mono-dimensionale En. Cinetica e Quantità di Moto si conservano. Si ha quindi:

$$mv_1=mv'_1+Mv'_2 \qquad \frac{1}{2}m v_1^2=\frac{1}{2}m v'^2_1+\frac{1}{2}M v'^2_2$$

$$mv_1=mv'_1+Mv'_2 \qquad v_1+v'_1=v'_2$$

a)

$$v'_1=\frac{m-M}{m+M}v_1=-2.83 m/s$$

b)

$$v'_2=\frac{2m}{m+M}v_1=1.13 m/s$$

c)

$$\frac{1}{2}M v'^2_2=\mu_d M g d \qquad \mu_d=\frac{1}{2}\frac{v'^2_2}{g d}=0.088$$