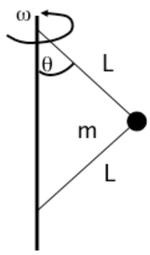
Politecnico di Milano Fondamenti di Fisica Sperimentale
a.a. 2015-2016 Docenti: G. Isella, M. Bollani,

III Appello – 1 febbraio 2017

NOTA IMPORTANTE: giustificare le risposte e scrivere in modo indelebile, chiaro e leggibile. Sostituire i valori numerici solo alla fine, dopo aver ricavato le espressioni letterali. Scrivere in stampatello nome, cognome, matricola e firmare ogni foglio. Totale 32 punti, 8 punti per esercizio. Tempo a disposizione 2 ore.

Esercizio 1

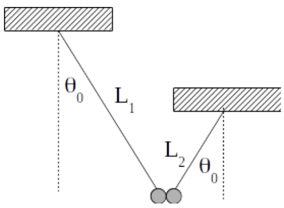
Sia dato un corpo puntiforme, di massa *m*, posto in un piano verticale e collegato tramite due funi ideali di massa trascurabile e uguale lunghezza *L*, come mostrato in figura. Quando il corpo ruota nel piano orizzontale, con velocità angolare costante ω, l'angolo formato dalle funi con la direzione verticale vale θ.



a) Qual'è il valore minimo di ω tale da mettere in tensione la fune inferiore (esprimere il risultato in funzione di *m*, *L*, θ e *g*).
b) Sapendo che L=50 cm, θ=45°, m=300g quanto vale il pediodo di rotazione *T*, nella condizione in cui risulti nulla la tensione esercitata dalla fune inferiore?
c) Calcolare il momento angolare del punto materiale rispetto all'asse di rotazione nelle condizioni descritte al punto b).

Esercizio 2

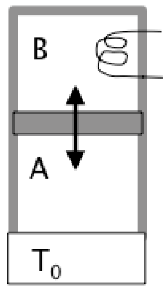
Due pendoli semplici aventi lunghezze L_1 ed $L_2 < L_1$ si trovano inizialmente a contatto, come mostrato in figura, e successivamente vengono lasciati liberi di oscillare.



a) Si ricavi l'espressione del periodo di oscillazione T_1 e T_2 dei due pendoli nell'ipotesi di piccole oscillazioni.
b) Determinare il rapporto tra L_1 ed L_2 tale per cui i due pendoli si trovino nuovamente a contatto dopo un intervallo di tempo $\Delta t = 3\ T_2$.
c) Ipotizzando che nella posizione iniziale entrambi i pendoli formino un angolo θ_0 con la verticale, quanto vale il rapporto tra le velocità v_1 e v_2 che i due pendoli avranno nel punto più basso della loro traiettoria?

Esercizio 3

Un contenitore è formato da due parti A e B di volume uguale iniziale V_0, divise da una parete adiabatica mobile senza attrito. Le pareti del contenitore sono tutte adiabatiche, tranne il fondo di A che si trova a contatto con un serbatoio a temperatura T_0. Sia in A che in B ci sono n = 1.2 moli di gas ideale biatomico a pressione p_0 = 1 atm e T_0 = 300 K.



a) Si calcoli il valore iniziale di V_0.

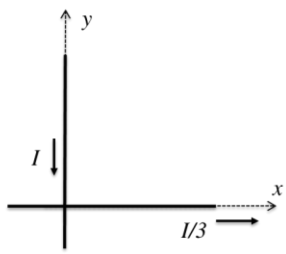
Ad un certo istante, il gas contenuto in B viene scaldato molto lentamente, fornendogli una quantità di calore Q_B, tramite una resistenza elettrica. Si lascia evolvere tutto il sistema, fino raggiungere un nuovo stato di equilibrio in cui la pressione nelle due camere vale p_{FIN} = 1,3 atm. Determinare:

b) i volumi finali $V_{A,f}$ e $V_{B,f}$ delle due camere;
c) la quantità di calore Q_A, scambiata dal gas in A con il serbatoio a T_0;
d) la quantità di calore Q_B, fornita dalla resistenza al gas in B.

[R= 8.31 J/K·mol]

Esercizio 4

In un piano cartesiano *(x,y)* si considerino due fili rettilinei indefiniti, posizionati come indicato in figura, elettricamente isolati tra di loro e percorsi da corrente elettrica, di intensità rispettivamente pari a I e I/3 e dirette nel verso mostrato in figura.



a) Si calcoli il campo **B** (modulo, direzione e verso) in tutti i punti del piano diversi dagli assi *x* e *y*;
b) Si individuino i punti in cui tale campo è nullo e si disegni il luogo di tali punti.

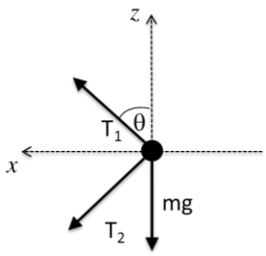
[m_e=9.11×10^{-31}kg, q= 1.6×10^{-19}C μ_0 = 4π x 10^{-7} H/m]

Soluzioni

Esercizio 1

a) Le forze applicate al corpo puntiforme sono rappresentate in un generico piano verticale *(x,z)* come in figura. Con riferimento alle componenti lungo i due assi cartesiani, nella condizione di moto rotatorio uniforme in un piano orizzontale *(x,y),* la seconda equazione della dinamica si scrive:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} T_1 sen\vartheta + T_2 sen\vartheta = m\omega^2 L sen\vartheta \\ T_1 cos\vartheta - T_2 cos\vartheta = mg \end{cases}$$



$$\begin{cases} T_1 = \dfrac{1}{2}\left(m\omega^2 L + \dfrac{mg}{cos\vartheta}\right) \\ T_2 = \dfrac{1}{2}\left(m\omega^2 L - \dfrac{mg}{cos\vartheta}\right) \end{cases}$$

La tensione della prima fune è senz'altro positiva.

La condizione perché sia positiva la tensione della seconda fune è che sia:

$$\omega > \sqrt{\frac{g}{Lcos\vartheta}} \qquad (1)$$

b) Dall'equazione (1) si ottiene ω = 5.27 rad/s e quindi $T = 2\pi/\omega = 1{,}19\ s$

c) Il momento angolare $\boldsymbol{Q}=\boldsymbol{r}\times m\boldsymbol{v}$ ha direzione e verso concordi con il vettore $\boldsymbol{\omega}$ e modulo pari a

$Q = m\ \omega(Lsin(\theta))^2 = 0.198$ Js

Esercizio 2

a) L'angolo $\theta(t)$ deve soddisfare l'equazione dell'oscillatore armonico:

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta(t) = 0$$

Il periodo di oscillazione T e la pulsazione ω varranno quindi

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

b) La condizione $T_1 = 3\ T_2$ si avrà per $L_1=9\ L_2$.

c) Nel punto più basso della traiettoria il modulo della velocità raggiunge il suo valore massimo pari a $v=\theta_0\omega L$. Si avrà quindi

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{g}{L_1}}\sqrt{\frac{L_2}{g}}\frac{L_1}{L_2} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}} = 3$$

Esercizio 3

a) Dall'equazione di stato dei gas perfetti: $V_0 = \frac{nRT_0}{P_0} = \frac{1{,}2 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{1{,}013 \cdot 10^5} m^3 = 2{,}95 \cdot 10^{-2} m^3$

b) Considerando reversibile la trasformazione successiva, il gas in A subisce una compressione isoterma a $T=T_0$: pertanto: $p_{FIN}V_A = p_0V_0 = nRT_0 \implies V_A = 2{,}27 \cdot 10^{-2} m^3;\ V_B = 2V_0 - V_A = 3{,}63 \cdot 10^{-2} m^3$

c) Il calore scambiato durante la compressione isoterma risulta:

$$Q_A = L_A = nRT_0 \int_{V_0}^{V_A} \frac{dV}{V} = nRT_0\ ln\frac{V_A}{V_0} = nRT_0\ ln\frac{p_0}{p_{FIN}} = -785\ J$$

d)Il calore assorbito dalla resistenza risulta:

$$Q_B = \Delta U_B + L_B = nc_V\Delta T - L_A = \frac{5}{2}nR(T_B - T_0) - Q_A = \frac{5}{2}nR(p_{FIN}V_B - p_0V_0) - Q_A = 5{,}26 \cdot 10^3\ J$$

Esercizio 4

Dati due fili rettilinei indefiniti prercorsi da corrente, per la legge di sovrapposizione degli effetti, il campo $\mathbf{B}_{TOT} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$ in ogni punto dello spazio si ottiene per somma (vettoriale) dei campi $\mathbf{B}_1$ e $\mathbf{B}_2$ indipendentemente generati da ognuno dei due fili, ciascuno dei quali è calcolabile secondo la Legge di Biot-Savart.

$$\begin{cases} \vec{B}_1 = \dfrac{\mu_0 I}{6\pi y}\hat{u}_z \\ \vec{B}_2 = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi x}\hat{u}_z \end{cases} \quad \rightarrow \quad \vec{B}_{TOT} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3y}\right)\hat{u}_z$$

Il luogo dei punti del piano (x,y) sui quali il campo B è nullo si ottiene risolvendo l'equazione:

$$\vec{B}_{TOT} = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3y}\right)\hat{u}_z = 0 \quad \rightarrow \quad x = -3y \quad (x,y) \neq (0,0)$$