

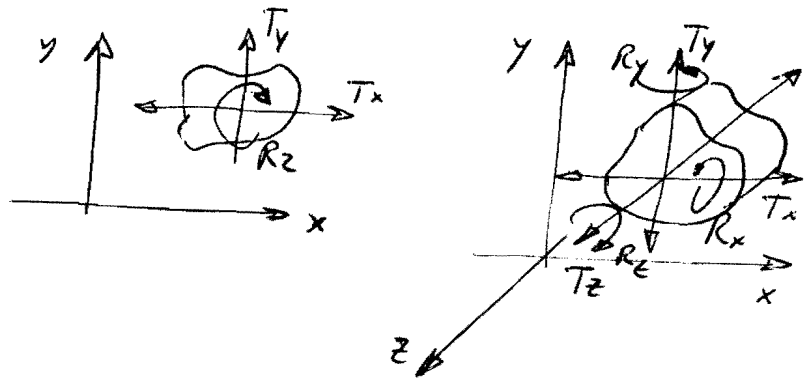
ESERCITAZIONE del 11/10/2011

Mecanica  
dei Solidi -  
Bovisà.

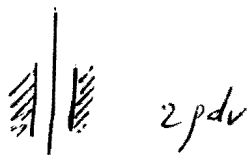
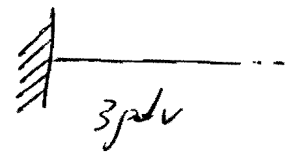
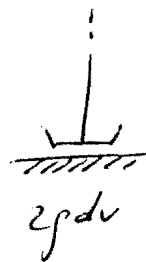
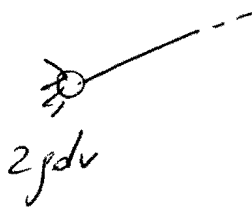
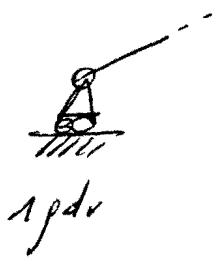
ANALISI CINEMATICA (2 ore)

INTRODUZIONE :

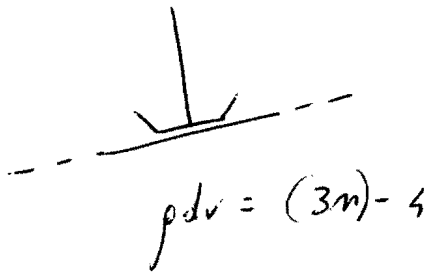
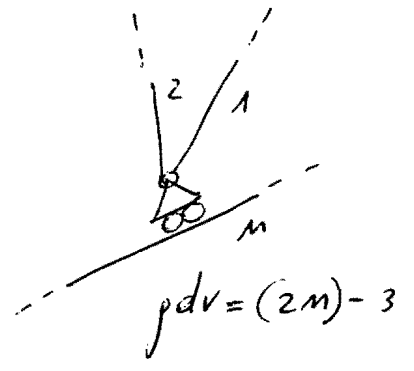
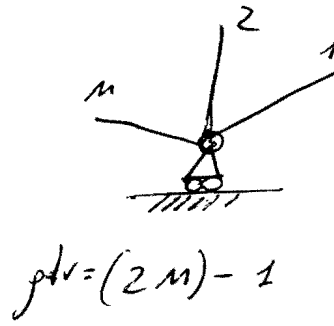
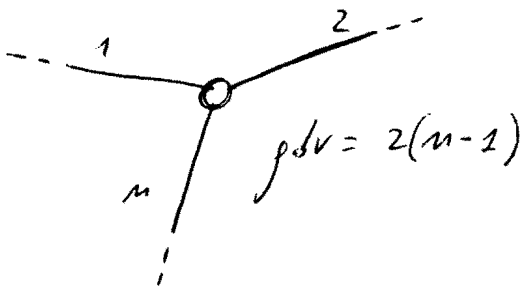
gradi di libertà: 3 nel piano, 6 nello spazio



Vincoli a Terra



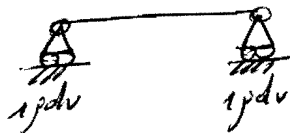
# Vincoli "Interni"



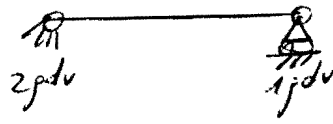
## STRUTTURE SEMPLICI : UNICA ASTA

$m = p.d.v.$  vs  $m = p.d.l.$

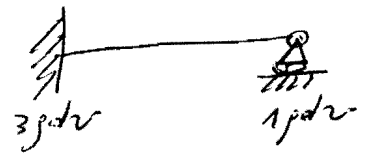
$p.d.v. < p.d.l.$   
IPOSTATICA



$p.d.v. = p.d.l.$   
ISOSTATICA

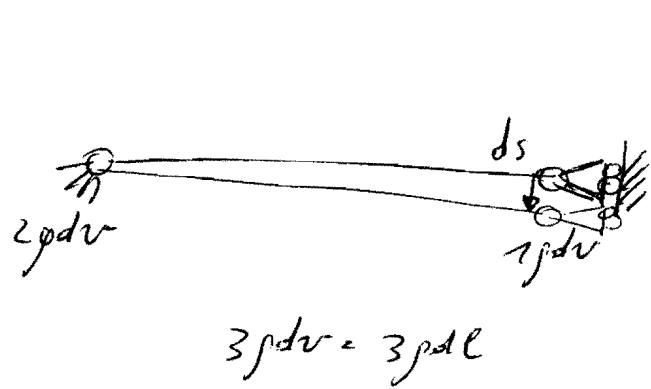


$p.d.v. > p.d.l.$   
IPERSTATICA



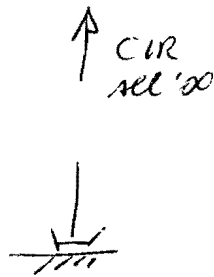
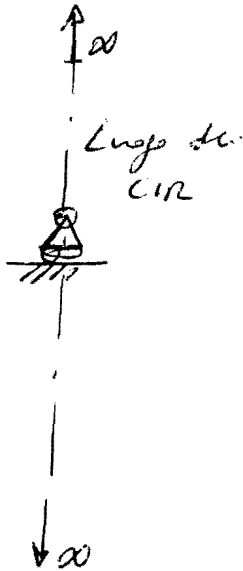
ATTENZIONE : LA CONDIZIONE  $m = jdl = m = gdr$  non è sufficiente a rendere la struttura ISOSTATICA : Vincoli MALPOSTI.

→ CONDIZIONE DI LABILITÀ, STRUTTURA LABILE.



il carrello non è in grado di opporsi allo spostamento infinitesimo  $ds$ .

Come faccio in generale a capire se una struttura semplice è LABILE? → Deve esistere un CIR; ogni vincolo è caratterizzato da un LUOGO DEL CIR

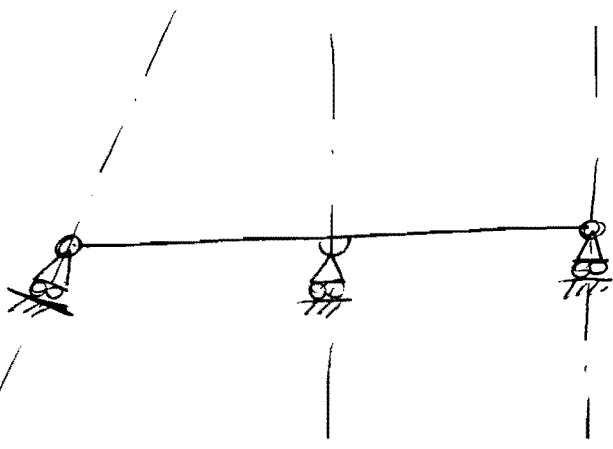


CIR come dato con la cerniera stessa

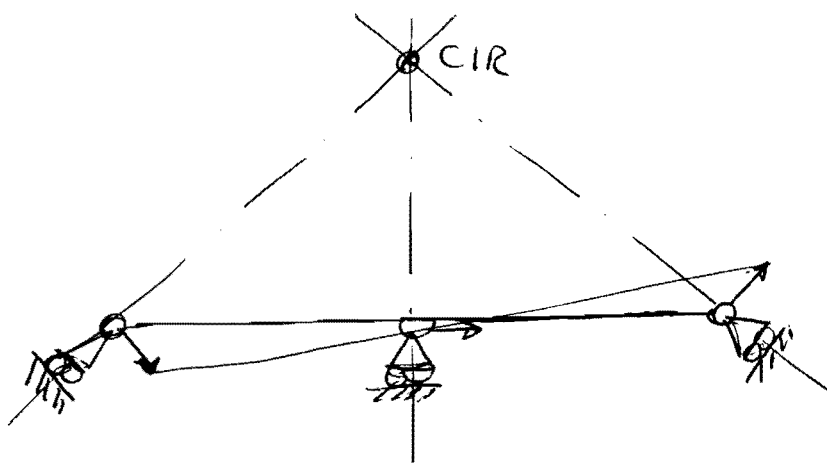


il luogo del CIR del carrello passa per il CIR della cerniera, che automaticamente diventa il CIR della struttura. 3

ISOSTATICA



non  $\exists$  un  
CIR unico  
perché le  
Tre rette non  
si intersecano  
in un unico  
punto

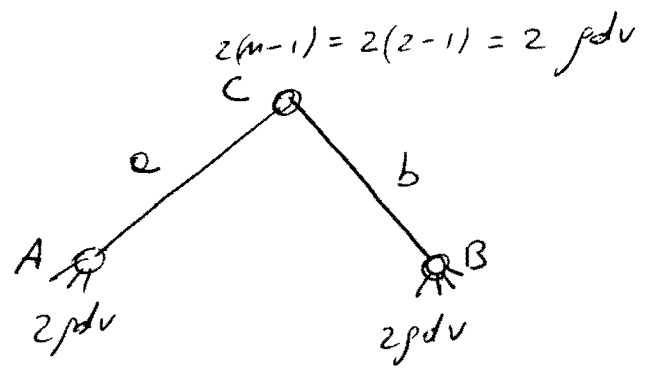


LABILE

$\exists$  un CIR  
Unico  
(intersezione  
delle Tre  
rette).

STRUTTURE COMPOSTE DA PIÙ CORPI RIGIDI

Caso più semplice: ARCO A 3 cerniere:



$$p.d.l. = 2 \cdot 3 = 6$$

$$p.d.v. = 2 + 2 + 2 = 6$$

↓  
ISOSTATICA?

↓

Sì, non può  
essere labile  
perché la non  
estensibilità di a  
impedisce la rotazione  
di b attorno B

CASO PARTICOLARE  $\bar{e}$  quello di arco  
a 3 cerniere con 3 cerniere Allineate:

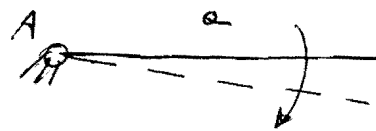


ipotesi di  
rotazione a ottone  
A, b ma  $\bar{e}$   
in grado di  
opporvi allo spostamento  
 $ds \rightarrow$  LABILE

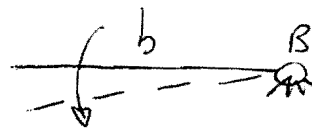
6 p.d.l., 6 p.d.v.  
 $\downarrow$   
ISOSTATICA?  
 $\downarrow$   
NO  
perché  
LABILE.

CONDIZIONE DI LABILITÀ per strutture "Multi-body":

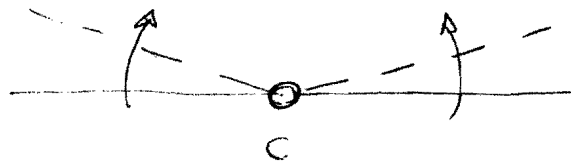
i CIR ASSOLUTI devono essere Allineati  
al CIR Relativo.



A CIR ASSOLUTO  
di a



B CIR ASSOLUTO  
di b



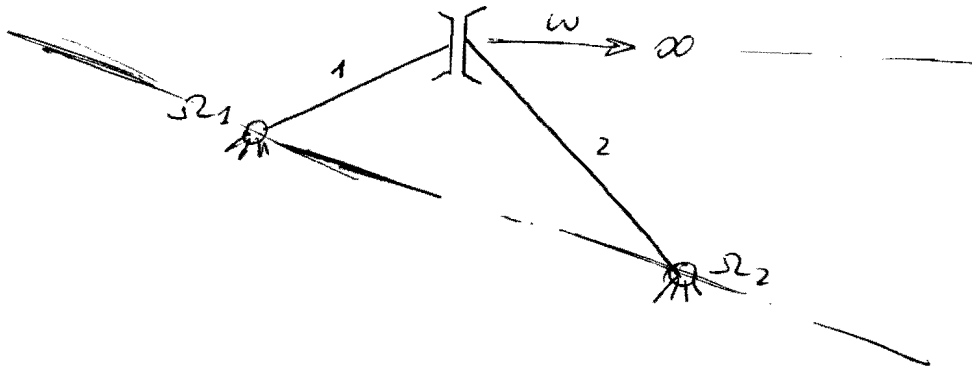
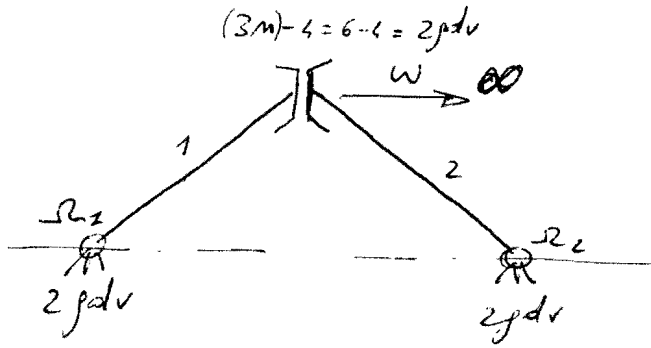
C CIR  
relativo  
Tra a e b.

Altri esempi:

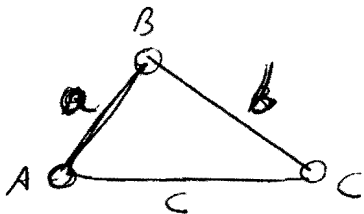
Se CIR ASSOLUTI  
 W CIR RELATIVI,

$$6gdl = 6gdl MA$$

1 CIR sono  
 allineati:  
 LABILE.

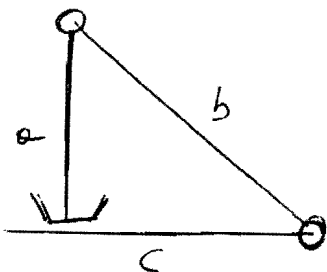


CIRCOLI CHIUSI



CIRCOLO  
 CHIUSO  
 ISOSTATICO

il fatto che le  
 cerniere mobili A-B-C  
 non siano allineate  
 fa sì che il sistema sia  
 internamente ISOSTATICO;  
 ne consegue che gli  
 spostamenti ~~totali~~ relativi  
 tra "a" "b" e "c" sono  
 nulli. → il triangolo  
 abc è "Rigido".

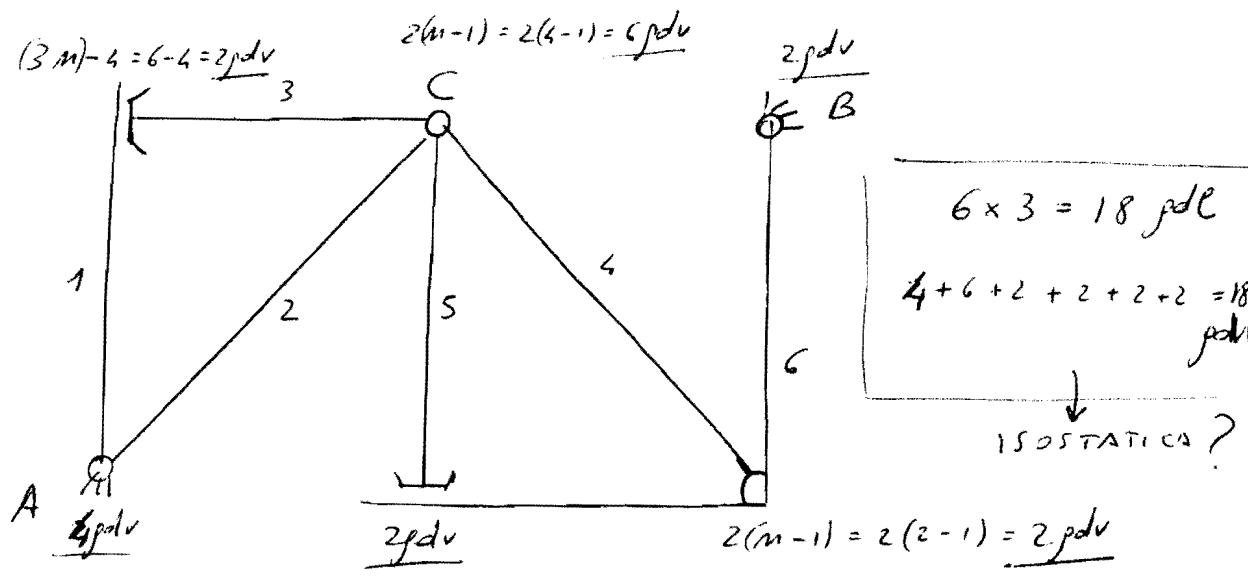


CIRCOLO CHIUSO  
 ISOSTATICO

Valle lo stesso riferimento  
 sul moto in orizzontale  
 di a.

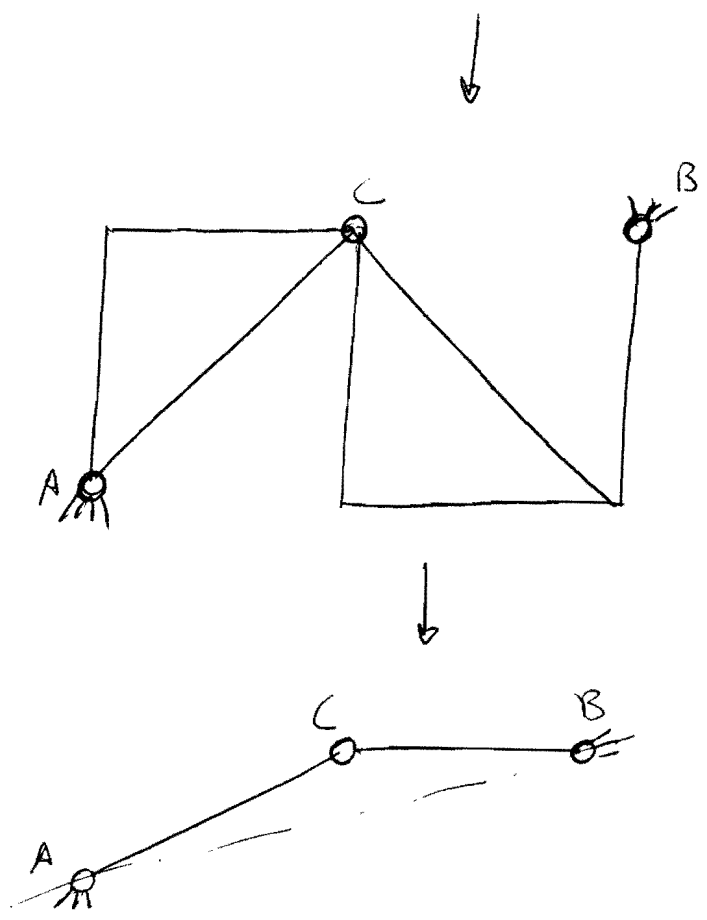
# ESEMPI

ES1)



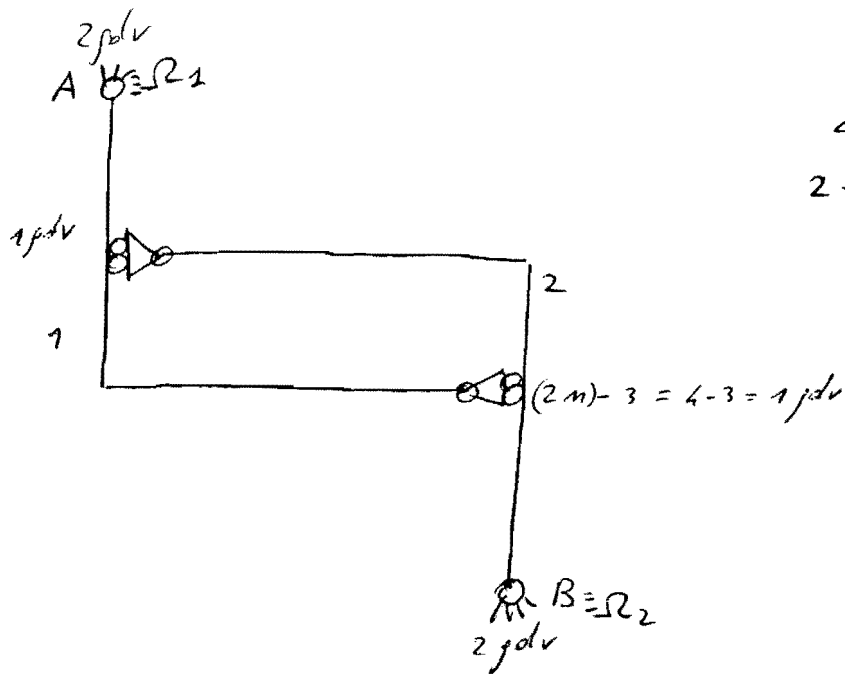
## OSSERVAZIONI:

- il blocco 123 è un quello chiuso ISOSTATICO → posso ragionare considerandolo un insieme rigido.
- il blocco 456 è come 123

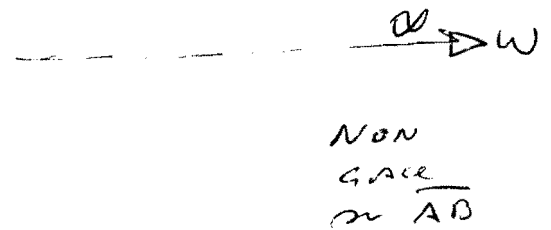
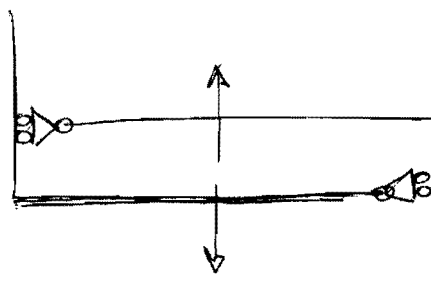


Si osservano  
 3 cerniere di cui 2 a terra;  
 2 soli corpi rigidi.  
 ↓  
 ARCO A  
 3 CERNIERE NON ALLINEATE  
 ↓  
 ISOSTATICA!

ES 2)



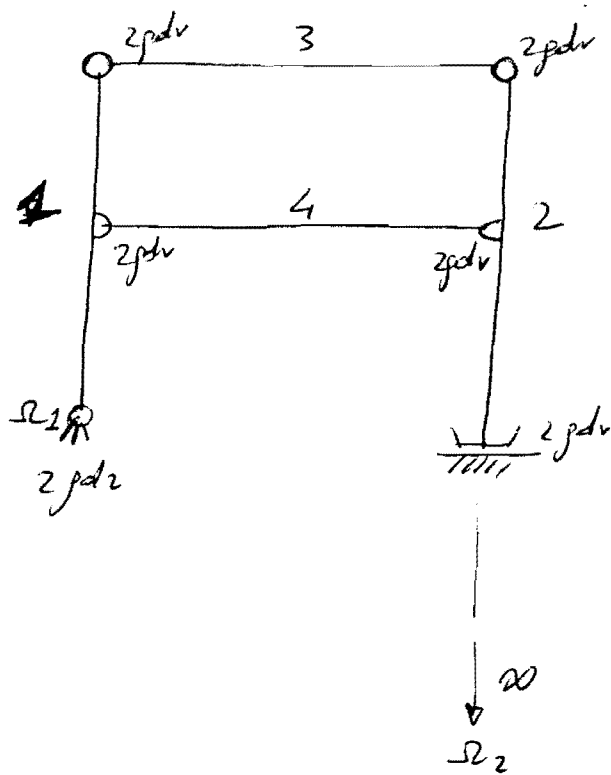
- A è il c.c.r. Assoluto di 1
- B è il c.c.r. Assoluto di 2
- Se il c.c.r. relativo non giace sulla congiungente AB la struttura non è stabile.
- il c.c.r. relativo W si trova ~~in~~ a distanza infinita in orizzontale in quanto il moto relativo può avvenire nella sola direzione verticale:



$\downarrow$   
 ISOSTATICA  
 NON STABILE.



ES 3)



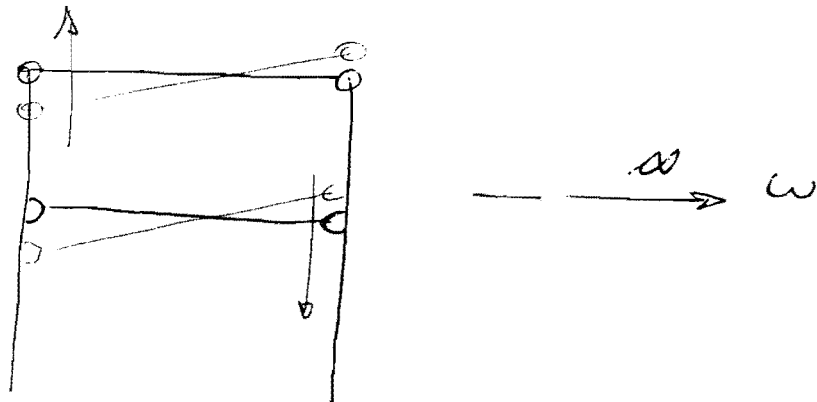
$$3 \times 4 = 12 \text{ p.d.l.}$$

$$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 12 \text{ p.d.v.}$$

↓

ISOSTATICO?

il C.R. RELATIVO si trova in direzione orizzontale a distanza infinita

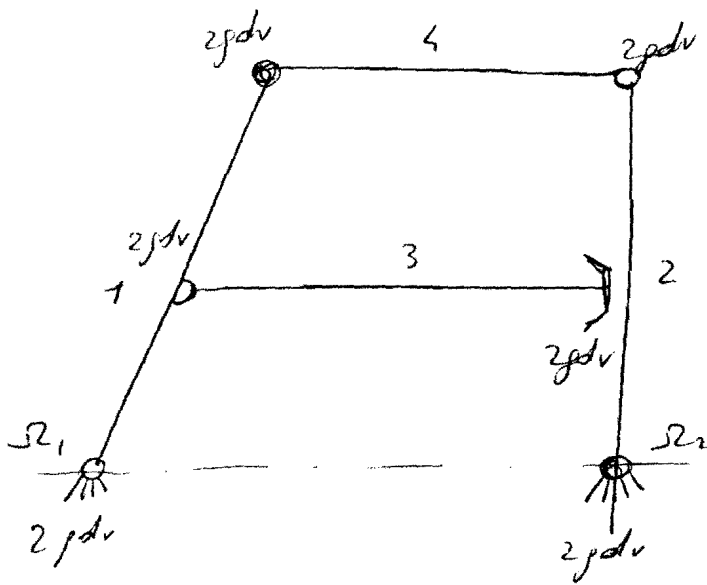


$R_1 - R_2 - \infty$  Non allineati

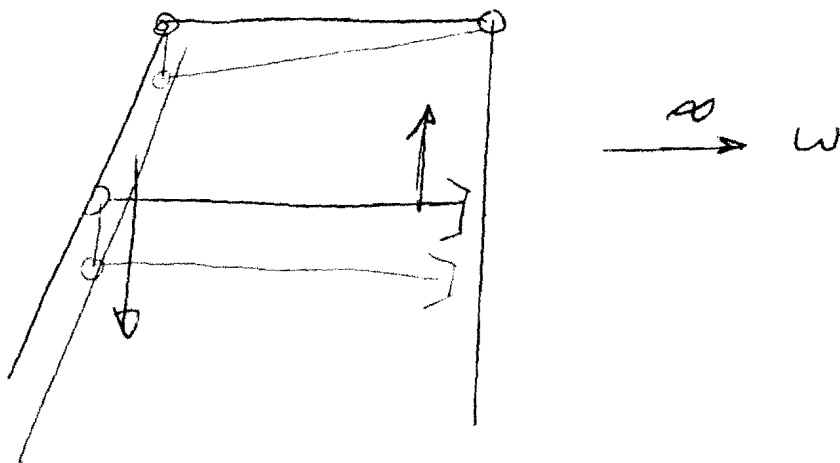
↓

ISOSTATICO NON  
LABILE.

ES 4



$\Rightarrow 12\text{ jdv} = 12\text{ jdv}$



$\Omega_1 - \Omega_2 - W$  *stabilität*

↓  
LABILE!