

COGNOME ..... NOME .....

MATRICOLA ..... DOCENTI : COLOMBO - PAVANI

Tempo a disposizione: 3h.

1 Determinare utilizzando la trasformata di Laplace la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' - 3y = -4te^{-t} \\ y(0) = -1, y'(0) = 0 \end{cases}$$

2 Risolvere il problema di Dirichlet per l'equazione di Poisson  $\begin{cases} \Delta u = 128(x^2 + y^2)^3 + 64\sqrt{x^2 + y^2} & x^2 + y^2 < 1 \\ u(x, y) = 12 & x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

Verificare il risultato in coordinate polari. scrivere la soluzione in coordinate cartesiane.

3 Determinare la soluzione del problema  $\begin{cases} u_t - u_{xx} = e^{-x^2} \sin \pi x - \sin 2\pi x & (x, t) \in (0, 1) \times (0, +\infty) \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & t \in (0, +\infty) \\ u(x, 0) = 0 & x \in (0, 1) \end{cases}$

utilizzando il metodo del ritardo. Stabilire il comportamento della soluzione per  $t \rightarrow +\infty$ .  
 Commentare il risultato.

4 Determinare la soluzione del problema  $\begin{cases} u_{xx}(x, t) - \frac{1}{4}u_{xt}(x, t) = e^{2t} & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+ \\ u(x, 0) = e^{-2x} & x \in \mathbb{R} \\ u_t(x, 0) = e^{-x} & x \in \mathbb{R} \end{cases}$

1 Assegnata la matrice  $A = \begin{bmatrix} -17 & -8 & 3 & -29 & 7 \\ 20 & 11 & 0 & 27 & -7 \\ -3 & -3 & 5 & -6 & 0 \\ 1 & 1 & -3 & 6 & 0 \\ 21 & 14 & -3 & 35 & -9 \end{bmatrix}$  gli autovalori della matrice, determinati

utilizzando il metodo qr con lo shift uguale a 2 con massimo 40 iterazioni, sono \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_,

\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_.  
 L'autovettore associato all'autovalore di modulo massimo, calcolato con il programma potenze con tolleranza  $10^{-8}$ , numero massimo di iterazioni 40 e vettore iniziale  $[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]'$  è [\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_]'. Confrontando l'autovettore trovato con quello fornito dal function

Matlab® eigs si trova un errore in norma infinito di \_\_\_\_\_. Output in format short.

Commentare i risultati \_\_\_\_\_

2 Tracciare nell'intervallo  $[0.5, 2]$  il grafico della funzione:

$$y = 108x^3 - 540x^2 + 1035x - 950 + \frac{420}{x} - \frac{72}{x^2}$$

Motivare l'utilizzo del metodo di bisezione per il calcolo degli zeri \_\_\_\_\_

Utilizzando il metodo di bisezione con una precisione di  $10^{-5}$  determinare un'approssimazione degli zeri considerando come intervallo iniziale un intervallo di ampiezza 0.2. Il numero di iterazioni, calcolate a priori, necessarie per ottenere l'approssimazione richiesta è \_\_\_\_\_

L'approssimazione calcolata è \_\_\_\_\_. Output in format short. **Commentare i risultati** \_\_\_\_\_

3 Determinare un'approssimazione del problema di Cauchy  $\begin{cases} y'' + 2y' - 3y = -4te^{-t} \\ y(0) = -1, y'(0) = 0 \end{cases}$  nell'istante di tempo  $t = 0.5$  utilizzando il programma `eulero.m` con passo di integrazione  $10^{-3}$ .

valore esatto \_\_\_\_\_

valore approssimato \_\_\_\_\_

errore \_\_\_\_\_

n° cifre corrette \_\_\_\_\_

4 Considerata la funzione  $y = \frac{\cos \frac{x}{3} - 2}{\cos 2x + 3}$  sull'intervallo  $[0, 2\pi]$ , suddividendo l'intervallo con 9 nodi

equispaziati; il coefficiente del termine di quarto grado del polinomio interpolante è \_\_\_\_\_.

Il valore esatto della funzione per  $x = \pi/6$  è \_\_\_\_\_; approssimando la funzione nello stesso punto con il polinomio si ottiene il valore \_\_\_\_\_; confrontando questo valore con il valore esatto si ha un errore assoluto di \_\_\_\_\_.

Approssimando la funzione nello stesso punto con il polinomio costruito utilizzando come 9 nodi gli zeri del polinomio di Chebyshev si ottiene il valore \_\_\_\_\_; confrontando questo valore con il valore esatto si ha un errore assoluto di \_\_\_\_\_. **Output in format short**. **Commentare i risultati** \_\_\_\_\_