Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria.
Corso di Laurea in Ingegneria Energetica.
A.A. 2011/2012
Appello 08/02/2013

COGNOME . . . . NOME . . . .
MATRICOLA . . . . DOCENTI : GAZZOLA - PAVANI.
ANTONIETTI - COLOMBO

Tempo a disposizione: 3h.

01. Determinare le curve caratteristiche e la soluzione del problema del trasporto:

$$\begin{cases} u_t - u_x + u_y - u(x,y,t) = y & (x,y) \in R^2, t \in R^+ \\ u(x,y,0) = x + xy & (x,y) \in R^2 \end{cases}.$$

Verificare il risultato.

02. Calcolare, utilizzando la definizione, la trasformata di Fourier della seguente funzione: $f(x) = e^{-x^2}$. Applicando le proprietà della trasformata calcolare la trasformata delle funzioni $g_1(x) = e^{-(x-3)^2}$, $g_2(x) = e^{-9x^2}$, $g_3(x) = e^{3ix - x^2}$.

03. Calcolare l'antitrasformata di Laplace della seguente funzione:

$$\mathcal{L}(s) = \ln \frac{s}{s+1}.$$

04. Determinare utilizzando una funzione ausiliaria, opportunamente scelta, la soluzione del problema

$$\begin{cases} u_t(x,t) - u_{xx}(x,t) = 2\sin 2t - x\cos t & x \in R, t \in R^+ \\ u(x,0) = 0 & x \in R \end{cases}.$$

Verificare il risultato.

Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria.
Corso di Laurea in Ingegneria Energetica.
A.A. 2011/2012
Appello 08/02/2013

COGNOME . . . . NOME . . . .
MATRICOLA . . . . DOCENTI : GAZZOLA - PAVANI. ANTONIETTI - COLOMBO

01 Considerare il seguente sistema lineare **Ax** = **b** dove il vettore dove A è la matrice di ordine sei generata dai comandi Matlab® **A = fix(magic(6)/10); A = A'* A - 90 * eye(6);**
e **b** è il vettore dei termini noti ottenuto supponendo che la soluzione sia il vettore avente le prime tre componenti uguali a uno e le altre tre uguali a meno uno.

Giustificare perché il metodo di Gauss-Seidel è applicabile e convergente (motivare la risposta).

. . . .
. . . .

Calcolare un'approssimazione della soluzione utilizzando il metodo di Gauss-Seidel con tolleranza tol = 10^{-6} e con vettore iniziale il vettore $\mathbf{x_0} = \mathbf{b}$. Riportare la soluzione calcolata (con il numero adeguato di cifre significative).

. . . .
. . . .

Riportare il numero di iterazioni effettuate

. . . .

Riportare la norma infinito della differenza tra la soluzione esatta e l'ultima iterata calcolata. Commentare il risultato.

. . . .

02 Si consideri la funzione $f : [-1; 1] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \dfrac{1}{e^x + x^2}$.

Interpolare la funzione con un polinomio utilizzando 5 nodi equispaziati; l'equazione del polinomio è

. . . .

Utilizzando gli stessi nodi interpolare la funzione con la spline cubica not a knot; l'equazione del primo tratto di spline è

. . . .

Riportare per il polinomio interpolante e per la spine il massimo errore commesso è l'ascissa del punto in cui si commette (suddividere l'intervallo assegnato in 1000 sottointervalli).

. . . .
. . . .
. . . .

Calcolare in $x = 0.25$ il valore della funzione, del polinomio interpolante e della spline; calcolare gli errori commessi approssimati alla quarta cifra decimale. Riportare i risultati in format long; per le approssimazioni riportare solo le cifre esatte.

. . . .
. . . .
. . . .

03. Assegnato l'integrale $\int_0^1 \frac{1}{e^x + x^2}dx$ i valori approssimati della soluzione calcolati utilizzando la formula dei trapezi compositi (function matlab **`trapz`**) con un numero di nodi pari a: 11 , 21 , 41 , 81 , 161 sono :

$$\begin{bmatrix} \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \\ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \end{bmatrix}$$. Output in format long.

Si indichi per ogni approssimazione calcolata (a partire dal secondo valore) il numero di cifre corrette rispetto all'approssimazione precedente

N° cifre corrette della seconda approssimazione rispetto alla prima: . . . .

N° cifre corrette della terza approssimazione rispetto alla seconda: . . . .

N° cifre corrette della quarta approssimazione rispetto alla terza: . . . .

N° cifre corrette della quinta approssimazione rispetto alla quarta: . . . .

04. Utilizzando le function matlab `ode23` e `ode45` approssimare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$\begin{cases} 5y''+6y'+5y=0 \\ y(0)=1, y'(0)=1 \end{cases}$ nell'istante $t = \pi/8$ *s*; utilizzare per le function la tolleranza di default. Output in `format long`.

La soluzione approssimata da `ode23` al tempo $t = \pi/8$ è . . . .
Il numero di passi temporali utilizzati da `ode23` è . . . .

La soluzione approssimata da `ode45` al tempo $t = \pi/8$ è . . . .
Il numero di passi temporali utilizzati da `ode45` è . . . .

Sapendo che la soluzione esatta al problema posto è $y = e^{-\frac{3}{5}t}\left(2\sin\frac{4}{5}t + \cos\frac{4}{5}t\right)$ determinare il numero ci cifre esatte delle approssimazioni calcolate con le `ode: ode23:` . . . . ; `ode45:` . . . .