

Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria.

Corso di Laurea in Ingegneria Energetica.

A.A. 2011/2012

Appello 08/02/2013

COGNOME ..... NOME .....

MATRICOLA ..... DOCENTI : GAZZOLA - PAVANI.  
ANTONIETTI - COLOMBO

Tempo a disposizione: 3h.

01. Determinare le curve caratteristiche e la soluzione del problema del trasporto:

$$\begin{cases} u_t - u_x + u_y - u(x, y, t) = y & (x, y) \in \mathbb{R}^2, t \in \mathbb{R}^+ \\ u(x, y, 0) = x + xy & (x, y) \in \mathbb{R}^2 \end{cases} .$$

Verificare il risultato.

02. Calcolare, utilizzando la definizione, la trasformata di Fourier della seguente funzione:  $f(x) = e^{-x^2}$ . Applicando le proprietà della trasformata calcolare la trasformata delle funzioni  $g_1(x) = e^{-(x-3)^2}$ ,  $g_2(x) = e^{-9x^2}$ ,  $g_3(x) = e^{3ix-x^2}$ .

03. Calcolare l'antitrasformata di Laplace della seguente funzione:

$$\mathcal{L}(s) = \ln \frac{s}{s+1} .$$

04. Determinare utilizzando una funzione ausiliaria, opportunamente scelta, la soluzione del problema

$$\begin{cases} u_t(x, t) - u_{xx}(x, t) = 2 \sin 2t - x \cos t & x \in \mathbb{R}, t \in \mathbb{R}^+ \\ u(x, 0) = 0 & x \in \mathbb{R} \end{cases} .$$

Verificare il risultato.

Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria.  
Corso di Laurea in Ingegneria Energetica.  
A.A. 2011/2012

Appello 08/02/2013

COGNOME ..... NOME .....  
MATRICOLA ..... DOCENTI : GAZZOLA - PAVANI.  
ANTONIETTI - COLOMBO

01 Considerare il seguente sistema lineare  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  dove il vettore  $\mathbf{A}$  è la matrice di ordine sei generata dai comandi Matlab®  $\mathbf{A} = \mathbf{fix}(\mathbf{magic}(6)/10)$ ;  $\mathbf{A} = \mathbf{A}' * \mathbf{A} - 90 * \mathbf{eye}(6)$ ; e  $\mathbf{b}$  è il vettore dei termini noti ottenuto supponendo che la soluzione sia il vettore avente le prime tre componenti uguali a uno e le altre tre uguali a meno uno.

Giustificare perché il metodo di Gauss-Seidel è applicabile e convergente (motivare la risposta).

.....  
.....

Calcolare un'approssimazione della soluzione utilizzando il metodo di Gauss-Seidel con tolleranza  $\text{tol} = 10^{-6}$  e con vettore iniziale il vettore  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{b}$ . Riportare la soluzione calcolata (con il numero adeguato di cifre significative).

.....  
.....

Riportare il numero di iterazioni effettuate

.....

Riportare la norma infinito della differenza tra la soluzione esatta e l'ultima iterata calcolata. Commentare il risultato.

.....

02 Si consideri la funzione  $f: [-1; 1] \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x) = \frac{1}{e^x + x^2}$ .

Interpolare la funzione con un polinomio utilizzando 5 nodi equispaziati; l'equazione del polinomio è

.....

Utilizzando gli stessi nodi interpolare la funzione con la spline cubica not a knot; l'equazione del primo tratto di spline è

.....

Riportare per il polinomio interpolante e per la spline il massimo errore commesso e l'ascissa del punto in cui si commette (suddividere l'intervallo assegnato in 1000 sottointervalli).

.....  
.....  
.....

Calcolare in  $x = 0.25$  il valore della funzione, del polinomio interpolante e della spline; calcolare gli errori commessi approssimati alla quarta cifra decimale. Riportare i risultati in format long; per le approssimazioni riportare solo le cifre esatte.

.....  
.....  
.....

03. Assegnato l'integrale  $\int_0^1 \frac{1}{e^x + x^2} dx$  i valori approssimati della soluzione calcolati utilizzando la formula dei trapezi composti (function matlab **trapz**) con un numero di nodi pari a: 11, 21, 41, 81, 161 sono :


. Output in format long.

Si indichi per ogni approssimazione calcolata (a partire dal secondo valore) il numero di cifre corrette rispetto all'approssimazione precedente

N° cifre corrette della seconda approssimazione rispetto alla prima: .....

N° cifre corrette della terza approssimazione rispetto alla seconda: .....

N° cifre corrette della quarta approssimazione rispetto alla terza: .....

N° cifre corrette della quinta approssimazione rispetto alla quarta: .....

04. Utilizzando le function matlab ode23 e ode45 approssimare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} 5y'' + 6y' + 5y = 0 \\ y(0) = 1, y'(0) = 1 \end{cases} \text{ nell'istante } t = \pi/8 \text{ s; utilizzare per le function la tolleranza di default. Output in format long.}$$

La soluzione approssimata da ode23 al tempo  $t = \pi/8$  è .....

Il numero di passi temporali utilizzati da ode23 è .....

La soluzione approssimata da ode45 al tempo  $t = \pi/8$  è .....

Il numero di passi temporali utilizzati da ode45 è .....

Sapendo che la soluzione esatta al problema posto è  $y = e^{-\frac{3}{5}t} \left( 2 \sin \frac{4}{5}t + \cos \frac{4}{5}t \right)$  determinare il numero di cifre esatte delle approssimazioni calcolate con le ode : ode23 : ..... ; ode45 : .....