Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria.
Corso di Laurea in Ingegneria Energetica.
A.A. 2012/2013
Appello 10/07/2013
COGNOME . . . . NOME . . . .
MATRICOLA . . . . DOCENTI : COLOMBO - PAVANI.

Tempo a disposizione: 3h.

01. Utilizzando la definizione calcolare la trasformata di Fourier della funzione:

$$y = e^{-2|x|} .$$

Calcolare , utilizzando le proprietà della trasformata la trasformata di Fourier delle funzioni:

$y = e^{-2a|x|}$, $y = e^{-2|x-a|}$, $y = e^{ia-2|x|}$, $y = xe^{-2|x|}$ essendo a un parametro reale positivo.

02. Si consideri il problema di Dirichlet nel cerchio di raggio unitario per l'equazione di Poisson:

$$\begin{cases} \Delta u = 9\sqrt{x^2+y^2} - 4 & x^2+y^2<1 \\ u(x,y) = 0 & x^2+y^2=1 \end{cases},$$

determinare la soluzione per separazione delle variabili (si illustri brevemente il procedimento senza riportare tutti i calcoli). Scrivere le soluzioni in coordinate cartesiane. Verificare i risultati.

03 Determinare le curve caratteristiche e la soluzione del problema del trasporto:

$$\begin{cases} u_t(x,y,t) + 2u_y(x,y,t) - 3u(x,y,t) = 3x^2 & (x,y)\in RxR, t\in R^+ \\ u(x,y,0) = y^2 - 2xy & (x,y)\in RxR \end{cases}.$$ Verificare il risultato.

04. Assegnato l'equazione del calore
$$\begin{cases} u_t(x,t) - u_{xx}(x,t) = 0 & x\in[0,1],\ t\in R^+ \\ u(x,0) = 16x^2 - 8x + 1 & x\in[0,1] \\ u(0,t) = 1 + te^{-t} & t\in R^+ \\ u(1,t) = 9 - \cos\pi t & t\in R^+ \end{cases}$$

- Verificare che $u(x,t)$ è non negativa per t > 0;
- Determinare una limitazione superiore per i valori di $u(x,t)$.

Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria.
Corso di Laurea in Ingegneria Energetica.
A.A. 2012/2013
Appello 10/07/2013
COGNOME . . . . NOME . . . .
MATRICOLA . . . . DOCENTI : COLOMBO - PAVANI.

C.N.01. Si consideri la funzione $f : [-\pi/2; \pi/2] \rightarrow \mathcal{R}$ definita da $f(x) = \dfrac{1}{1+\sin(x)^2}$. Interpolare la funzione con un polinomio utilizzando 5 nodi equispaziati; l'equazione del polinomio interpolante è ________________________

il valore del polinomio nel punto di ascissa $x = 1$ è _________________________ .

Utilizzando gli stessi nodi interpolare la funzione con una spline cubica not a Knot il valore della spline nel punto di ascissa $x = 1$ è _______________________ .

Sullo stesso intervallo, si valuti il polinomio interpolante la funzione f utilizzando 5 nodi di Chebychev; il valore nel punto di ascissa $x = 1$ è _______ . (Riportare solo le cifre esatte delle tre valutazioni).

Si valutino i polinomi interpolanti (con nodi equispaziati e di Chebychev) e la spline cubica nei punti ottenuti suddividendo l'intervallo assegnato con 101 nodi. Si indichi per i polinomi interpolanti e per la spline cubica, il massimo errore commesso e l'ascissa del punto in cui si commette. (output in `format short`)

Polinomio (nodi equispaziati):
errore max ____________________ nel punto di ascissa __________________.

Polinomio (nodi Chebychev):
errore max ____________________ nel punto di ascissa __________________;

Spline:
errore max ____________________ nel punto di ascissa __________________.

C.N.02. Utilizzando le funzioni matlab **ode23** e **ode45** approssimare la soluzione del seguente problema di Cauchy: $\begin{cases} 16y''+9y=0 \\ y(0)=1, y'(0)=3/2 \end{cases}$

nell'istante $t = \pi/12$; utilizzare per le funzioni la tolleranza di default. (Output in `format long`)

La soluzione approssimata al tempo $t = \pi/12$
da `ode23` è ____________________________________
da `ode45` è ____________________________________

Il numero di passi temporali utilizzati
da `ode23` è ____________________________________
da `ode45` è ____________________________________

Sapendo che la soluzione esatta del problema è $y = \left(2\sin\frac{3}{4}t + \cos\frac{3}{4}t\right)$ determinare il numero di cifre significative esatte delle approssimazioni calcolate con le due function: `ode23:` _________ ; `ode45:` _________.

C.N.03. Approssimare l'integrale $I = \int_1^{\pi} te^t dt$ utilizzando la formula dei Simpson composita con un numero di intervalli pari a: 10 , 20 , 40 , 80.

Riportare le approssimazioni dell'integrale così ottenute e l'errore commesso (`format long`):

n° interv.	approssimazione	errorre
10		
20		
40		
80		

Si commenti il risultato in relazione all'ordine di convergenza teorico della formula di quadratura considerata, il grado di esattezza della formula di quadratura considerata è pari a ____________.

C.N.04. Considerare il sistema lineare $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ dove il vettore dove A è la matrice di ordine sette generata dal comando Matlab **`A = hilb(7) ,`** $\boldsymbol{b}$ è il vettore dei termini noti ottenuto supponendo che la soluzione esatta sia il vettore $\boldsymbol{x}$ = [1 1 1 0 -1 -1 -1]$'$.

Si risolva il sistema utilizzando la fattorizzazione LU con l'ausilio delle funzioni
Si indichi se è stato effettuato il pivoting della matrice ___.

Confrontando la soluzione numerica così ottenuta con la soluzione esatta si ottiene un errore, calcolato in norma infinito, pari a ___________________________

Si consideri ora una perturbazione del termine noto, modificando il primo elemento in modo tale che $b(1) = b(1) + 0.001$ e si risolva il sistema utilizzando la fattorizzazione LU precedentemente calcolata con il termine noto perturbato. Confrontando la nuova soluzione numerica con la soluzione esatta, si ottiene un errore, calcolato in norma infinito, pari a ___________________________.

Commentare i risultati sulla base del condizionamento della matrice A.
