

Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria.

Corso di Laurea in Ingegneria Energetica.

A.A. 2012/2013

Appello 0/09/2013

COGNOME NOME

MATRICOLA DOCENTI : COLOMBO – PAVANI
CIPRIANI – PAROLINI.

Tempo a disposizione: 3h.

01. Calcolare la trasformata di Fourier della funzione: $f(x) = \frac{-x}{(x^2 + 2)^2}$.

02. Assegnato il problema
$$\begin{cases} u_t(x,t) - u_{xx}(x,t) = 9x + 4 & 0 < x < 1, t > 0 \\ u(x,0) = 0 & 0 \leq x \leq 1 \\ u(0,t) = u(1,t) = 0 & t > 0 \end{cases}$$

- determinare la soluzione stazionaria $u^s = u^s(x)$ del problema che soddisfa le condizioni al bordo;
- mostrare che $0 \leq u(x,t) \leq u^s(x)$ per $t > 0$.

03 Sia $v(x,t) = x^3 + 6xt - e^{t+x}$, calcolare $v_t(x,t) - v_{xx}(x,t)$ e $v(x,0)$; dedurre le soluzioni del problema
$$\begin{cases} u_t(x,t) - u_{xx}(x,t) = x^3 - e^x & x \in R, t \in R^+ \\ u(x,0) = x^3 - e^x & x \in R \end{cases}$$
. Verificare il risultato.

04 Determinare le curve caratteristiche e la soluzione del problema del trasporto:

$$\begin{cases} u_t(x,y,t) + u_x(x,y,t) + u_y(x,y,t) - 2u(x,y,t) = xe^{2t} & (x,y) \in R \times R, t \in R^+ \\ u(x,y,0) = y^2 - 2x & (x,y) \in R \times R \end{cases}$$
. Verificare il risultato.

Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria.

Corso di Laurea in Ingegneria Energetica.

A.A. 2012/2013

Appello 0/02/2014

COGNOME NOME

MATRICOLA DOCENTI : COLOMBO – PAVANI
CIPRIANI – PAROLINI.

Tempo a disposizione: 3h.

Riportare sul retro dei fogli i listati matlab degli esercizi eseguiti

01 Approssimare utilizzando la formula di Eulero la soluzione nel punto $x = 1$ del seguente

problema di Cauchy $\begin{cases} y'(x) + 2y(x) = e^{-x} \\ y(0) = 1 \end{cases}$ utilizzando un passo $h = 0.5, 0.25, 0.125, 0.0625$.

Per ogni valore di h utilizzato riportare l'approssimazione calcolata in format short. Commentare i risultati in termini di ordine di convergenza e stabilità.

Valore esatto: _____ $ap = \begin{bmatrix} \text{_____} \\ \text{_____} \\ \text{_____} \\ \text{_____} \end{bmatrix}$ $er = \begin{bmatrix} \text{_____} \\ \text{_____} \\ \text{_____} \\ \text{_____} \end{bmatrix}$

02 Considerare il seguente sistema lineare $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ dove il vettore dove A è la matrice di ordine sei generata dai comandi Matlab® $\mathbf{A} = \mathbf{fix}(\mathbf{magic}(6)/15)$; $\mathbf{A} = \mathbf{A} * \mathbf{A}' + 15 * \mathbf{eye}(6)$; e \mathbf{b} è il vettore dei termini noti ottenuto supponendo che la soluzione sia il vettore avente le prime tre componenti uguali ad uno e le altre tre uguali a meno uno. Giustificare perché il metodo di Gauss-Seidel è applicabile e convergente (motivare la risposta).

Calcolare un'approssimazione della soluzione utilizzando il metodo di Gauss-Seidel con tolleranza $tol = 10^{-6}$ e con vettore iniziale il vettore $\mathbf{x}_0 = \mathbf{b}$. Riportare la soluzione calcolata (con il numero adeguato di cifre significative). _____
Riportare il numero di iterazioni effettuate _____
Riportare l'errore tra la norma della soluzione esatta e la norma dell'ultima iterata calcolata. Commentare il risultato. _____

03 Approssimare la derivata seconda della funzione $y = \ln(\cos x)$ in $x = 0$ utilizzando la formula alle differenze centrate con passi di 0.05 , 0.025 , 0.0125 , 0.00625. Riportare per ogni passo utilizzato solo il numero di cifre corrette dell'approssimazione calcolata. Lavorare in format long.

Valori esatto: $y'' =$ _____

d2= $\left[\begin{array}{l} \text{_____} \\ \text{_____} \\ \text{_____} \\ \text{_____} \end{array} \right]$

04 Risolvere con il metodo di Newton il sistema $\begin{cases} e^{2x} - e^{3y-4} = 0 \\ \ln x + 2 \ln y - \ln 4 = 0 \end{cases}$ utilizzando come vettore iniziale

$[2 \ 1]'$ ed una tolleranza di 10^{-5} .

M file per il sistema è: _____

M file per lo jacobiano è: _____

Il metodo di Newton fornisce come approssimazione della soluzione il vettore [_____ ; _____] ottenuto in _____ iterazioni.