

Tempo a disposizione: 3h.

01 Utilizzando la trasformata di Laplace determinare la soluzione del seguente problema di

Cauchy
$$\begin{cases} y'(x) - 3y(x) = 6e^{-3x} \\ y(0) = -1 \end{cases} .$$

02 Determinare la soluzione del problema
$$\begin{cases} u_{tt}(x,t) - \frac{1}{4}u_{xx}(x,t) = 2xe^{-t} & x \in R, t \in R^+ \\ u(x,0) = 2x & x \in R \\ u_t(x,0) = e^x & x \in R \end{cases}$$

03 Si consideri per l'equazione di Poisson nel disco unitario di R^2 il problema di Dirichlet in

coordinate cartesiane:
$$\begin{cases} \Delta u = 400(x^2 + y^2)(\sqrt{x^2 + y^2} - 1), & x^2 + y^2 < 1 \\ u(x,y) = 27, & x^2 + y^2 = 1 \end{cases} , \text{determinare la soluzione (si$$

illustri brevemente il procedimento senza riportare tutti i calcoli ma senza citare solo la formula della soluzione a memoria). Scrivere la soluzione in coordinate polari.

04 Determinare utilizzando una funzione ausiliaria, opportunamente scelta, la soluzione del

problema
$$\begin{cases} u_t(x,t) - u_{xx}(x,t) = \sin t - x \cos 2t + \cos \frac{t}{2} & x \in R, t \in R^+ \\ u(x,0) = 0 & x \in R \end{cases} . \text{Verificare il risultato.}$$

Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria.

Corso di Laurea in Ingegneria Energetica.

A.A. 2012/2013

Appello 20/09/2013

COGNOME NOME

MATRICOLA DOCENTI : COLOMBO – PAVANI
CIPRIANI – PAROLINI.

C.N.01. Utilizzando le function matlab ode23 ed ode45 approssimare la soluzione del seguente

problema di Cauchy: $\begin{cases} y'' - 2y' + y = 4e^{-t} \\ y(0) = 1, y'(0) = 0 \end{cases}$ (vedi esercizio parte analisi per la soluzione esatta)

nell'istante $t = 1s$; utilizzare per le function la tolleranza di default. Output in format long.

La soluzione approssimata al tempo $t = 1$

da ode23 è _____

da ode45 è _____

Il numero di passi temporali utilizzati

da ode23 è _____

da ode45 è _____

Il numero di cifre corrette dell'approssimazione rispetto alla soluzione esatta è

da ode23 è _____

da ode45 è _____

C.N.02. Dopo aver tracciato il grafico della funzione $f(x) = \sin \pi x - x \sin \pi x$ nell'intervallo $[0.5, 1.5]$

Verificare se il metodo di bisezione è applicabile, dopo aver tracciato il grafico, e spiegare le conclusioni tratte. _____

Utilizzare il metodo di Newton per calcolare un'approssimazione dello zero con una tolleranza di 10^{-5} ; prendendo come valore iniziale $x_0 = 1.25$. Riportare il valore assunto dalla derivata prima della funzione nel punto iniziale. _____

Il metodo di Newton fornisce come approssimazione dello zero cercato il valore _____; (riportare il risultato in format long e); in esso le cifre ritenute esatte sono _____; il risultato e' stato ottenuto in _____ iterazioni.

Commentare in termini di ordine di convergenza e condizionamento.

C.N.03. Assegnato l'integrale $\int_0^{\pi} \frac{\sin^2 x + \sin \frac{x}{2}}{2 + \cos 2x} dx$ determinare i valori approssimati della

soluzione calcolati utilizzando la formula dei trapezi composti (function matlab **trapz**) con un numero di nodi pari a: 11 , 21 , 41 , 81 , 161 ed i relativi errori commessi:

n° nodi	approssimazione	errore
11		
21		
41		
81		
161		

Si commenti il risultato in relazione all'ordine di convergenza teorico della formula considerata

C.N.04. Assegnata la funzione $f(x) = \frac{\sin^2 x + \sin \frac{x}{2}}{2 + \cos 2x}$ nell'intervallo $[0 \ 2\pi]$ l'equazione del secondo tratto di spline cubica not e Knot interpolante la funzione determinata utilizzando cinque nodi equispaziati (Output in format short) è

_____ .

L'equazione del polinomio trigonometrico (costruito mediante la matrice di Vandermonde) interpolante la funzione negli stessi nodi (Output in format short) è

_____ .

Il valore esatto della funzione nel punto di ascissa $\pi/6$ (Output in format long e) è : _____ . Il valore approssimato della funzione nel punto di ascissa $\pi/6$ mediante:

spline _____ ;

polinomio trigonometrico è _____ ;

l'errore commesso è:

spline _____ ;

polinomio trigonometrico è _____ .