Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria.
Corso di Laurea in Ingegneria Energetica.
A.A. 2012/2013
Appello 25/06/2013

COGNOME . . . . NOME . . . .
MATRICOLA . . . . DOCENTI : COLOMBO - PAVANI.
PAROLINI - COLOMBO

Tempo a disposizione: 3h.

01. Utilizzando la trasformata di Laplace determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x)+4y(x)=3\sin x \ , \quad x\geq 0 \\ y(0)=-2 \ , \quad y'(0)=1 \end{cases}$$

02. Si consideri il problema di Neumann in coordinate cartesiane: $\begin{cases} \Delta u=0 & x^2+y^2<1 \\ \dfrac{\partial u}{\partial \nu}=2x^2-y-2y^2 & x^2+y^2=1 \end{cases}$,

dimostrare che ammette soluzioni e determinarle. Scrivere le soluzioni in coordinate cartesiane. Eseguire la verifica dei risultati ottenuti.

03 Determinare utilizzando una funzione ausiliaria, opportunamente scelta, la soluzione del problema

$$\begin{cases} u_t(x,t)-u_{xx}(x,t)=\sin t-\cos\dfrac{t}{2}+x\cos 2t & x\in R, t\in R^+ \\ u(x,0)=0 & x\in R \end{cases}$$

. Verificare il risultato.

04. Determinare la soluzione del problema $\begin{cases} u_{tt}(x,t)-\dfrac{1}{4}u_{xx}(x,t)=e^{-t} & x\in R,\ t\in R^+ \\ u(x,0)=x^2 & x\in R \\ u_t(x,0)=2x & x\in R \end{cases}$

Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria. Corso di Laurea in Ingegneria Energetica.
A.A. 2012/2013 Appello 25/06/2013

COGNOME . . . . NOME . . . .
MATRICOLA . . . . DOCENTI : COLOMBO - PAVANI.
PAROLINI - COLOMBO

C.N.01. Considerati i punti della funzione $y = e^{\sqrt[3]{x}}$ di ascissa $x = 0.2$, $x = 0.6$, $x = 1.4$, il polinomio base di Lagrange relativo al secondo nodo è _______ ; utilizzando il polinomio interpolante di grado due la stima del valore $y = e$ è : _______ ; l'errore commesso è _______ ; il numero di cifre corrette nell'approssimazione calcolata è _______ . Output in `format long e`. Commentare il risultato .

C.N.02. Considerare il sistema lineare A$\underline{x}$ = $\underline{b}$ dove la matrice A è costruita mediante il comando Matlab® **`a=floor(magic(5)/5)+5*eye(5)`** ed il vettore $\underline{b}$ è costruito in modo che la soluzione del sistema sia il vettore con tutte le componenti uguali a meno uno. La norma due della matrice di iterazione del metodo di Jacobi è ________. Commentare il risultato in termini di convergenza e velocità di convergenza.
____

Utilizzando il metodo di Jacobi con vettore iniziale $\underline{b}$ ed un numero massimo di 40 iterazioni ed una tolleranza di 10^{-5} si ottiene un'approssimazione della soluzione?___ In caso affermativo la soluzione è ottenuta in _____ iterazioni. L'errore commesso, calcolato in norma infinito è _______ .
Modificare il vettore b ponendo $b(1)= b(1)$+1e-3; Utilizzando il metodo di Jacobi con vettore iniziale $\underline{b}$ ed un numero massimo di 40 iterazioni ed una tolleranza di 10^{-5} si ottiene un'approssimazione della soluzione?____ In caso affermativo la soluzione è ottenuta in _____ iterazioni. L'errore commesso, calcolato in norma infinito è _______ . Commentare i risultati in relazione al condizionamento della matrice A.

C.N.03. Tracciare il grafico della funzione $y = \dfrac{x\ln x}{2x - e^x}$ nell'intervallo [1 , 3] utilizzando punti equispaziati di 10^{-3} . Approssimando la funzione utilizzando 5 nodi equispaziati sull'intervallo assegnato: il coefficiente di grado massimo del polinomio interpolante è _______ ; l'equazione del secondo tratto di spline cubica not a knot interpolante è: ____ .

Approssimando la funzione utilizzando 5 nodi forniti dagli zeri del polinomi di Chebyshev sull'intervallo assegnato: il coefficiente di grado massimo del polinomio interpolante è _______. Il valore esatto della funzione nel punto di ascissa 2.75 è _______ ; approssimando la funzione nel punto utilizzando il polinomio costruito mediante i nodi equispaziati si ottiene il valore _______ ; confrontando il valore con il valore esatto si ha un errore assoluto di _______ , l'approssimazione calcolata ha almeno ___ cifre corrette; approssimando la funzione nel punto utilizzando la spline cubica utilizzando gli stessi nodi si ottiene il valore _______ ; confrontando il valore con il valore esatto si ha un errore assoluto di _______ , l'approssimazione calcolata ha almeno ___ cifre corrette. Output in `format long e` .

C.N.04. Una parete di mattoni di 0.5 m è inizialmente ad una temperatura di 5°C; la conducibilità termica del mattone è $a = 5\cdot10^{-7}$ m·m/s; la temperatura di entrambe le superfici laterali della parete viene alzata improvvisamente a 50°C e mantenuta a questa temperatura. Utilizzando il programma **`parab.m`** determinare un'approssimazione della temperatura nel mezzo della parete dopo 15 e dopo 30 minuti ora utilizzando per la discretizzazione:
21 nodi per intervallo spaziale e 21 per quello temporale,
21 nodi per intervallo spaziale e 41 per quello temporale,
41 nodi per intervallo spaziale e 41 per quello temporale .

Nx	Nt	temperatura dopo ½ ora	temperatura dopo 1 ora
21	21		
21	41		
41	41		