Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria – A.A. 2015/2016
Appello del 2 Febbraio 2017 - Docenti: Parolini - Cipriani

Nome: .... Cognome: .... Matr. | | | | | | |

Attenzione: *risolvere i seguenti esercizi con l'ausilio di Matlab. Per ciascun esercizio riportare sul retro del foglio i comandi Matlab utilizzati. Per accedere alle funzioni Matlab richieste eseguire in Matlab il comando* `addpath('M:\MATLAB\Toolbox\Parolini')`.

Esercizio 1. Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -3y(t) + 6t + 5, & 0 < t \leq 1, \\ y(0) = 3. \end{cases}$$

a. Calcolare un'approssimazione della soluzione all'istante $t = 1$ utilizzando il metodo di Eulero esplicito con passo di discretizzazione $h = 0.04$. Sapendo che la soluzione esatta è $y(1) = 2e^{-3} + 3$, calcolare l'errore commesso. Riportare la soluzione e l'errore in `format long`. ....
....
....

b. Ripetere il punto precedente con $h = 0.02$. ....
....
....
....

c. Utilizzare i risultati ottenuti per calcolare l'ordine di convergenza del metodo. Riportare i calcoli effettuati. ....
....
....
....
....

Esercizio 2. Assegnata la funzione $f(x) = 20x^3(\sin(\pi x))^2$, si vuole calcolare numericamente l'area della regione di piano delimitata dalla curva e dall'asse delle ascisse nell'intervallo $[0, 1]$.

a. Si calcoli un'approssimazione dell'area utilizzando la formula di Simpson composita (funzione `simpcomp.m`) su $n = 4, 8, 16$ sottointervalli e si riportino le soluzioni ottenute per i diversi valori di n (in `format short`). ....
....
....
....

b. Si ripeta il calcolo utilizzando ora un numero di sottointervalli $n = 100$ e, considerando quest'ultima approssimazione come valore esatto dell'area, si valuti l'errore associato alle approssimazioni ottenute con $n = 4, 8, 16$ e si fornisca il numero di cifre significative esatte per le diverse approssimazioni. ....
....
....
....

c. Si commenti il risultato rispetto alle proprietà di convergenza del metodo di Simpson composito. ....
....
....
....

Esercizio 3. Dato $\varepsilon = 10^{-3}$, si consideri la matrice: $A = \begin{pmatrix} 1+\varepsilon & 1 & 1 \\ 1 & 1+\varepsilon & 1 \\ 1 & 1 & 1+\varepsilon \end{pmatrix}$.

a. Si consideri il termine noto $\mathbf{b} = [1, 1, 1]^T$ e si risolva il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ mediante la fattorizzazione LU (utilizzando le funzioni `fwsub.m` e `bksub.m`). Si riporti la soluzione e si verifichi se è stato utilizzato il pivoting per la soluzione del sistema lineare. ....
....
....
....
....

b. Si risolva di nuovo il sistema considerando ora il termine noto $\mathbf{b} = [1, 1, 1+\varepsilon]^T$ ....
....
....
....
....

c. Si commenti la differenza tra i risultati ottenuti in relazione alle proprietà della matrice A. ....
....
....
....
....

Esercizio 4. Si consideri il seguente problema parabolico (equazione del calore)

$$\begin{cases} u_t - 0.1u_{xx} = 0, & \text{per } (x,t) \in (0,1) \times (0,1], \\ u(0,t) = u(1,t) = 0, & \text{per } t \in (0,1], \\ u(x,0) = f(x), & \text{per } (x,t) \in (0,1) \end{cases} \qquad \text{dove } f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \le x < 1/2 \\ 1, & 1/2 \le x \le 3/4 \\ 4-4x, & 3/4 < x \le 1 \end{cases}$$

a. Con l'ausilio della funzione `thetam.m`, si calcoli la soluzione approssimata del problema all'istante $t = 1$ mediante il metodo di Eulero esplicito utilizzando un passo di discretizzazione spaziale $h = 1/20$ e un passo temporale $dt = 1/50$. Si riporti sul retro del foglio il grafico della soluzione agli istanti $t = 0, 0.5, 1$ e il valore della soluzione approssimata al centro del dominio ($x = 0.5$) agli stessi istanti. ....
....
....
....
....

b. Si ripeta il punto precedente dimezzando il passo temporale (ovvero prendendo $dt = 1/100$) e si commenti il risultato. ....
....
....
....
....

c. Utilizzando la condizione di stabilità per il metodo di Eulero esplicito, si calcoli la dimensione massima del passo temporale tale per cui la soluzione del problema con $h = 1/20$ risulti stabile. ....
....
....