

NOME: COGNOME: MATR.

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|

Attenzione: risolvere i seguenti esercizi con l'ausilio di Matlab. Per ciascun esercizio riportare sul retro del foglio i comandi Matlab utilizzati. Per accedere alle funzioni Matlab richieste eseguire in Matlab il comando `addpath('M:\MATLAB\Toolbox\Parolini')`.

Esercizio 1. Si consideri il seguente integrale $I = \int_0^1 x e^{-x} dx$

- a. Si approssimi l'integrale utilizzando la formula dei trapezi composta (funzione `trapcomp.m`) su 5, 10 e 20 sottointervalli e si riportino le soluzioni in `format short`.
.....
.....
.....
- b. Si ripeta il punto precedente utilizzando la formula di Simpson composta (funzione `simpcomp.m`).
.....
.....
.....
- c. Sapendo che l'integrale esatto vale $I = -2/e + 1$, si valuti l'errore per le approssimazioni trovate e si commenti il risultato.
.....
.....
.....
.....

Esercizio 2. Si consideri il sistema non-lineare $\begin{cases} y = \sqrt{1+x} \\ y = \ln(2-x) \end{cases}$.

- a. Si calcoli la matrice Jacobiana del sistema non-lineare.
.....
.....
- b. Utilizzando lo script `newtonsys.m` si calcoli un'approssimazione del sistema mediante il metodo di Newton partendo dai dati iniziali $x_0 = 0$ e $y_0 = 1$ e considerando una tolleranza di 10^{-5}
.....
.....
.....
- c. Si discuta sotto quali condizioni sul sistema e sul dato iniziale il metodo di Newton garantisce una convergenza quadratica.
.....
.....
.....

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -2y(t) + 4t + 4, & 0 < t \leq 1, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

- a. Calcolare un'approssimazione della soluzione all'istante $t = 1$ utilizzando il metodo di Eulero in avanti (`eulero_avanti.m`) con passo di discretizzazione $h = 0.04$. Sapendo che la soluzione esatta è $y(t) = e^{-2t} + 2t + 1$, calcolare l'errore all'istante $t = 1$. Riportare la soluzione e l'errore in `format long`.

- b. Ripetere il punto precedente con $h = 0.02$.

- c. Si commentino i risultati ottenuti rispetto alle proprietà di convergenza e stabilità del metodo.

Esercizio 4. Si considerino i due sistemi lineari $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 = -1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$ e $\begin{cases} 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 2 \\ -2x_1 + 5x_2 - 2x_3 = 1 \\ -2x_1 - x_2 + 5x_3 = 2 \end{cases}$

- a. Determinare i raggi spettrali delle matrici di iterazione del metodo di Jacobi per i due sistemi e discuterne la convergenza

- b. Determinare i raggi spettrali delle matrici di iterazione del metodo di Gauss-Seidel per i due sistemi e discuterne la convergenza

- c. Per ciascuno dei sistemi, sulla base dei risultati ottenuti, scegliere uno dei due metodi (funzioni `jacobi.m` e `gs.m`) e calcolare un'approssimazione della soluzione utilizzando una tolleranza di 10^{-6} e partendo dal vettore iniziale nullo. Calcolare l'errore in norma infinito rispetto alla soluzione esatta e riportarlo in `format short`.

