

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Totale
Politecnico di Milano - Ingegneria Energetica		Metodi Analitici e Numerici		4 Settembre 2017
Cognome:		Nome:		Matricola:

Esercizio 1.

Utilizzando il metodo di separazione delle variabili, determinare una soluzione $u = u(x, t)$ del problema

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) + u(x, t) = 0 & \text{in } Q = (0, \pi) \times (0, +\infty), \\ u(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial t} u(x, 0) = 1 + \cos(3x) & \text{in } (0, \pi), \\ \frac{\partial}{\partial x} u(0, t) = \frac{\partial}{\partial x} u(\pi, t) = 0, & \text{in } (0, +\infty). \end{cases}$$

Esercizio 2.

Determinare una soluzione $u = u(x, t)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} u(x, t) - \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) = 0, & x \in \mathbb{R}, t > 0, \\ u(x, 0) = e^{-x^2}, & x \in \mathbb{R}. \end{cases}$$

Verificare i risultati.

Esercizio 3.

Calcolare la trasformata di Fourier della funzione

$$f(x) = \frac{\cos^2 x}{x^2 + 9}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Esercizio 4.

Utilizzando la trasformata di Laplace, determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + y'(t) - 2y(t) = -3e^t, & t \in (0, +\infty), \\ y(0) = 2, \\ y'(0) = -2. \end{cases}$$