Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria – A.A. 2014/2015
Appello del 15 Luglio 2015
Docenti: Parolini - Cipriani

Nome: .... Cognome: .... Matr. | | | | | | |

Attenzione: *risolvere i seguenti esercizi con l'ausilio di Matlab. Per ciascun esercizio riportare sul retro del foglio i comandi Matlab utilizzati. Per accedere alle funzioni Matlab richieste eseguire in Matlab il comando* `addpath('M:\MATLAB\Toolbox\Parolini')`.

Esercizio 1. Si consideri la funzione $y(x) = e^{\sin(x)} - \cos(\pi)e^x$

a. Calcolare un'approssimazione della derivata prima nel punto $x = 0$ utilizzando la formula delle differenze finite centrate con diversi valori del passo di discretizzazione spaziale $h = 0.05, 0.025, 0.0125$. ....
....
....
....

b. Calcolare un'approssimazione della derivata seconda nel punto $x = 0$ utilizzando la formula delle differenze finite centrate con diversi valori del passo di discretizzazione spaziale $h = 0.05, 0.025, 0.0125$. ....
....
....
....

c. Dopo aver calcolato il valore esatto della derivata prima in $x = 0$, si utilizzino i risultati ottenuti nel punto a. per stimare numericamente l'ordine di accuratezza della formula delle differenze finite centrate. ....
....
....
....
....

Esercizio 2. Si vuole interpolare la funzione $y(x) = e^{\cos(x)} + \sin(\pi)e^x$ nei punti di ascissa $x = 0, 1/3, 3/4, 1$.

a. Si determini il polinomio caratteristico di Lagrange relativo al secondo nodo $(x = 1/3)$.
....
....
....

b. Utilizzando le funzioni `polyfit` e `polyval`, si calcoli l'interpolante lagrangiana della funzione nei nodi assegnati e si riporti l'equazione del polinomio così ottenuto. ....
....
....
....

c. Si calcoli il valore dell'interpolante nel punto $x = 1/2$ e l'errore rispetto al valore esatto della soluzione nello stesso punto e si fornisca una stima teorica dell'errore di interpolazione. .
....
....
....
....
....

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema parabolico (equazione del calore)

$$\begin{cases} u_t - 0.1u_{xx} = \cos(x) & \text{per } (x,t) \in (0,1) \times (0,1], \\ u(0,t) = u(1,t) = 1 & \text{per } t \in (0,1], \\ u(x,0) = 1 + \sin(\pi x) & \text{per } x \in [0,1], \end{cases}$$

a. Con l'ausilio della funzione `thetam.m`, si calcoli la soluzione approssimata del problema all'istante $t = 1$ mediante il metodo di Eulero esplicito utilizzando un passo di discretizzazione spaziale $h = 1/20$ e un passo temporale $dt = 1/50$. Si riporti il valore della soluzione approssimata al centro del dominio ($x = 0.5$) agli istanti $t = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$.
....
....
....
....
....

b. Si ripeta il punto precedente dimezzando il passo temporale (ovvero prendendo $dt = 1/100$) e si commenti il risultato. ....
....
....
....
....
....

c. Utilizzando la condizione di stabilità per il metodo di Eulero esplicito, si calcoli la dimensione massima del passo temporale tale per cui la soluzione del problema con $h = 1/20$ risulti stabile. ....
....
....
....

Esercizio 4. Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove A è la matrice di ordine otto generata dal comando Matlab `A = gallery('parter',8);`.

a. Costruire il vettore $\mathbf{b}$ supponendo che la soluzione sia il vettore $\mathbf{x} = [0, 1, 0, -1, 0, -1, 0, 1]^T$ Riportare il vettore $\mathbf{b}$ in `format short`. ....
....
....

b. Calcolare la matrice di iterazione B_J del metodo di Jacobi e la matrice di iterazione B_{GS} del metodo di Gauss-Seidel. Calcolare e riportare i rispettivi raggi spettrali. Commentare il risultato rispetto alla convergenza dei due metodi iterativi ....
....
....
....
....

c. Sulla base dei risultati ottenuti, scegliere uno dei due metodi (funzioni `jacobi.m` e `gs.m`) per calcolare un'approssimazione della soluzione del sistema utilizzando una tolleranza di 10^{-5} e partendo dal vettore iniziale nullo. Calcolare l'errore in norma infinito rispetto alla soluzione esatta e riportarlo in `format long`. ....
....
....
....
....