

NOME: COGNOME: MATR.

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|

Attenzione: risolvere i seguenti esercizi con l'ausilio di Matlab. Per ciascun esercizio riportare sul retro del foglio i comandi Matlab utilizzati. Per accedere alle funzioni Matlab richieste eseguire in Matlab il comando `addpath('M:\MATLAB\Toolbox\Parolini')`.

Esercizio 1. Si tracci il grafico della funzione $f(x) = (3x^2 - x - 4)(e^{3x-4} - 1)$ nell'intervallo $I = [0, 2]$.

- a. Si verifichi se, in questo caso, il metodo di bisezione è applicabile e si giustifichi la risposta
.....
.....
.....
- b. Si calcoli con il metodo di Newton (utilizzando la funzione `newton.m`) l'approssimazione dello zero α della funzione nell'intervallo $I = [0, 2]$, utilizzando una tolleranza di 10^{-10} sull'incremento e un valore iniziale $x_0 = 1$. Si riporti l'approssimazione di α calcolata con l'opportuno numero di cifre significative e il numero di iterazioni effettuate.
.....
.....
- c. Si ripeta il punto precedente utilizzando il metodo di Newton modificato (funzione `newtmod.m`) assumendo una molteplicità dello zero cercato pari a 2. Si commentino i risultati ottenuti.
.....
.....
.....
.....

Esercizio 2. Si consideri il seguente integrale $I = \int_{-2}^2 (x + 1)(x^2 - 1)dx$

- a. Si approssimi l'integrale utilizzando la formula del punto medio composta (funzione `pmedcomp.m`) su 5, 10 e 20 sottointervalli e si riportino le soluzioni in `format short`.
.....
.....
- b. Si approssimi l'integrale utilizzando la formula di Simpson composta (funzione `simpcomp.m`) su 5,10 e 20 sottointervalli e si riporti la soluzione in `format short`.
.....
.....
- c. Si calcoli il valore esatto dell'integrale I , si valuti l'errore per le approssimazioni trovate e si commenti il risultato.
.....
.....
.....

Esercizio 3. Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove A è la matrice di ordine otto generata dal comando Matlab `A = gallery('parter',8);`.

- a. Costruire il vettore \mathbf{b} supponendo che la soluzione sia il vettore $\mathbf{x} = [0, 1, 0, -1, 0, -1, 0, 1]^T$.
 Riportare il vettore \mathbf{b} in `format short`.

- b. Calcolare la matrice di iterazione B_J del metodo di Jacobi e la matrice di iterazione B_{GS} del metodo di Gauss-Seidel. Calcolare e riportare i rispettivi raggi spettrali. Commentare il risultato rispetto alla convergenza dei due metodi iterativi

- c. Sulla base dei risultati ottenuti, scegliere uno dei due metodi (funzioni `jacobi.m` e `gs.m`) per calcolare un'approssimazione della soluzione del sistema utilizzando una tolleranza di 10^{-6} e partendo dal vettore iniziale nullo. Calcolare l'errore in norma infinito rispetto alla soluzione esatta e riportarlo in `format long`.

Esercizio 4. Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(t) + 2y'(t) - 3y(t) = -4te^{-t}, & 0 < t \leq 1, \\ y(0) = -1, y'(0) = 0. \end{cases}$$

- a. Si riformuli il problema come sistema di equazioni differenziali di primo ordine

- b. Si calcoli un'approssimazione della soluzione y all'istante $t = 1$ utilizzando il metodo di Eulero in avanti implementato nella function `eulero_avanti.m` con passo $h = 0.001$. Si riporti la soluzione ottenuta e l'errore rispetto alla soluzione esatta $y(1) = e^{-1} - e$.

- c. Si ripeta il punto precedente considerando ora un passo $h = 0.002$. Si riporti la soluzione ottenuta e l'errore rispetto alla soluzione esatta.

- d. Si commentino i risultati ottenuti rispetto alle proprietà convergenza del metodo.

