Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria – A.A. 2014/2015

Appello del 18 settembre 2015

Docenti: Parolini - Cipriani

Nome: .... Cognome: .... Matr. | | | | | | |

Attenzione: *risolvere i seguenti esercizi con l'ausilio di Matlab. Per ciascun esercizio riportare sul retro del foglio i comandi Matlab utilizzati. Per accedere alle funzioni Matlab richieste eseguire in Matlab il comando* `addpath('M:\MATLAB\Toolbox\Parolini')`.

Esercizio 1. Si consideri la funzione $f(x) = \begin{cases} \sin(x), & \text{per } x < 0, \\ \cos(x), & \text{per } x > 0. \end{cases}$

a. Si approssimi l'integrale $I = \int_{-2}^{2} f(x)\,dx$ utilizzando la formula di Simpson composita (funzione `simpcomp.m`) su 4 sottointervalli e si riporti la soluzione in `format short`. ....
....
....
....

b. Si ripeta il punto precerente utilizzando ora 8 sottointervalli e si riporti la soluzione in `format short`. ....
....
....
....

c. Si calcoli il valore esatto dell'integrale I, si valuti l'errore per le due approssimazioni e si commenti il risultato. ....
....
....
....
....
....

Esercizio 2. Si vuole interpolare la funzione $y(x) = e^{-12x^2}$ in 8 punti equispaziati sull'intervallo $[-1, 1]$.

a. Utilizzando le funzioni `polyfit` e `polyval`, si calcoli l'interpolante lagrangiana della funzione nei nodi assegnati e si fornisca il coefficiente del termine di grado 2 del polinomio interpolante e il valore dell'interpolante nel punto $x = 9/10$. ....
....
....

b. Si interpoli la stessa funzione sugli stessi nodi utilizzando ora una spline naturale cubica (funzione `spline_nat.m`) e si fornisca il valore della spline nel punto $x = 9/10$. ....
....
....

c. Si discutano le proprietà di convergenza delle due interpolazioni considerate all'aumentare del numero di nodi N e si discutano i risultati ottnuti ....
....
....
....
....

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema parabolico (equazione del calore)

$$\begin{cases} u_t - 0.1u_{xx} = 0, & \text{per } (x,t) \in (0,1) \times (0,1], \\ u(0,t) = u(1,t) = 0, & \text{per } t \in (0,1], \\ u(x,0) = f(x), & \text{per } (x,t) \in (0,1) \end{cases} \qquad \text{dove } f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \le x < 1/2 \\ 1, & 1/2 \le x \le 3/4 \\ 4-4x, & 3/4 < x \le 1 \end{cases}$$

a. Con l'ausilio della funzione `thetam.m`, si calcoli la soluzione approssimata del problema all'istante $t = 1$ mediante il metodo di Eulero esplicito utilizzando un passo di discretizzazione spaziale $h = 1/20$ e un passo temporale $dt = 1/50$. Si riporti sul retro del foglio il grafico della soluzione agli istanti $t = 0, 0.5, 1$ e il valore della soluzione approssimata al centro del dominio ($x = 0.5$) agli stessi istanti. ....
....
....
....
....

b. Si ripeta il punto precedente dimezzando il passo temporale (ovvero prendendo $dt = 1/100$) e si commenti il risultato. ....
....
....
....
....

c. Utilizzando la condizione di stabilità per il metodo di Eulero esplicito, si calcoli la dimensione massima del passo temporale tale per cui la soluzione del problema con $h = 1/20$ risulti stabile. ....
....
....

Esercizio 4. Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove A è la matrice di ordine otto generata dai comandi Matlab `A = gallery('parter',8); A=A'*A;`.

a. Costruire il vettore $\mathbf{b}$ supponendo che la soluzione sia il vettore $\mathbf{x} = [0, 1, 0, -1, 0, -1, 0, 1]^T$ Riportare il vettore $\mathbf{b}$ in `format short`. ....
....
....

b. Calcolare la soluzione del sistema lineare utilizzando il metodo del gradiente (funzione `graddyn.m`) con una tolleranza di 10^{-5} e partendo dal vettore iniziale nullo. Riportare l'errore in norma infinito e il numero di iterazioni richieste. ....
....
....
....

c. Calcolare la soluzione del sistema lineare utilizzando il metodo del gradiente coniugato (funzione `gradconj.m`) con una tolleranza di 10^{-5} e partendo dal vettore iniziale nullo. Riportare l'errore in norma infinito e il numero di iterazioni richieste. ....
....
....
....

d. Commentare i risultati ottenuti ....
....
....
....
....