

NOME: COGNOME: MATR.

--	--	--	--	--	--

Attenzione: risolvere i seguenti esercizi con l'ausilio di Matlab. Per ciascun esercizio riportare sul retro del foglio i comandi Matlab utilizzati. Per accedere alle funzioni Matlab richieste eseguire in Matlab il comando `addpath('M:\MATLAB\Toolbox\Parolini')`.

Esercizio 1. Si vuole interpolare la funzione $y(x) = \frac{1}{1+10(x-1)^2}$ in 9 punti equispaziati sull'intervallo $[0, 3]$.

- a. Utilizzando le funzioni `polyfit` e `polyval`, si calcoli l'interpolante lagrangiana della funzione nei nodi assegnati e si fornisca il coefficiente del termine di grado 4 del polinomio interpolante.

- b. Si calcolino i valori assunti dalla funzione y e dell'interpolante nei punti $x = 0.1$ e $x = 2$ e i rispettivi errori assoluti.

- c. Si interpoli la stessa funzione sugli stessi nodi utilizzando una spline naturale cubica (funzione `spline_nat.m`) e si fornisca i valori assunti della spline nei punti $x = 0.1$ e $x = 2$ e i rispettivi errori assoluti.

- d. Si commentino i risultati ottenuti.

Esercizio 2. Si consideri la seguente funzione non lineare $f(x) = (3x-2) \log(2-\frac{3}{2}x)$ nell'intervallo $[0, 1]$.

- a. Si approssimi lo zero della funzione utilizzando il metodo di Newton (funzione `newton.m`) con una tolleranza di 10^{-6} e dato iniziale $x_0 = 0$. Si fornisca la soluzione ottenuta e il numero di iterazioni necessarie per arrivare a convergenza

- b. Si ripeta il punto precedente utilizzando ora il metodo di Newton modificato (funzione `newtmod.m`) assumendo una molteplicità dello zero cercato pari a 2.

- c. Si discutano i risultati ottenuti alla luce delle proprietà di convergenza dei metodi utilizzati.

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = y(t) \sin(t), & 0 < t \leq 3, \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

- a. Si calcoli un'approssimazione della soluzione y all'istante $t = 3$ utilizzando il metodo di Runge-Kutta implementato nella function `ode23` con le seguenti tolleranze (`options = odeset('RelTol',1e-6,'AbsTol',1e-6);`). Si riporti la soluzione e il numero di passi temporali utilizzati.
- b. Si calcoli un'approssimazione della soluzione y all'istante $t = 3$ utilizzando il metodo di Runge-Kutta implementato nella function `ode45` con le stesse tolleranze di prima (`options = odeset('RelTol',1e-6,'AbsTol',1e-6);`). Si riporti la soluzione e il numero di passi temporali utilizzati.
- c. Si commentino i risultati ottenuti

Esercizio 1. Si consideri il seguente integrale $I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$

- a. Si approssimi l'integrale utilizzando la formula del punto medio composita (`pmedcomp.m`) su 5, 10 e 20 sottointervalli e si riportino le soluzioni in `format short`.
- b. Sapendo che il valore esatto dell'integrale è $I = 2$ si valuti l'errore per le approssimazioni trovate.
- c. Si approssimi l'integrale utilizzando la formula dei trapezi composita (`trapcomp.m`) su 5,10 e 20 sottointervalli e si riporti la soluzione in `format short`.
- d. Si commentino i risultati ottenuti.