Metodi Analitici e Numerici per l'Ingegneria – A.A. 2015/2016
Appello del 27 Giugno 2016
Docenti: Parolini - Cipriani

Nome: .... Cognome: .... Matr. | | | | | | |

Attenzione: *risolvere i seguenti esercizi con l'ausilio di Matlab. Per ciascun esercizio riportare sul retro del foglio i comandi Matlab utilizzati. Per accedere alle funzioni Matlab richieste eseguire in Matlab il comando* `addpath('M:\MATLAB\Toolbox\Parolini')`.

Esercizio 1. Si consideri la funzione $y(x) = xe^{-x} + x^2$.

a. Utilizzando passi di discretizzazione $h = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$, si approssimi la derivata prima nel punto $x = \frac{1}{2}$ tramite la formula delle differenze finite centrate. ....

b. Utilizzando passi di discretizzazione $h = 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$, si approssimi la derivata seconda nel punto $x = \frac{1}{2}$ tramite la formula delle differenze finite centrate (per la derivata seconda).

c. Dopo aver calcolato i valori esatti della derivata prima e seconda della funzione nel punto $x = \frac{1}{2}$, si calcolino gli errori delle approssimazioni calcolate e si discutano i risultati ottenuti alla luce delle proprietà di convergenza dei metodi utilizzati. ....

Esercizio 2. Si vuole interpolare la funzione $y(x) = \frac{e^{-\sin(\pi x)}}{e^{-x}+\sin(\pi x)}$ sull'intervallo $[-1, 1]$ utilizzando le funzioni `polyfit` e `polyval`.

a. Si calcoli l'interpolante lagrangiana della funzione in 7 nodi equispaziati sull'intervallo assegnato e si fornisca il coefficiente del termine di secondo grado del polinomio interpolante.

b. Si calcolino i valori assunti dalla funzione y e dell'interpolante nel punto $x = 0.9$ e il corrispondente errore assoluto. ....

c. Si interpoli la stessa funzione su 7 nodi di Chebyshev sull'intervallo assegnato, si forniscano il coefficiente del termine di quinto grado del polinomio interpolante, i valori assunti dalla funzione y e dell'interpolante nel punto $x = 0.9$ e il corrispondente errore assoluto. .....

d. Si commentino i risultati ottenuti ....

Esercizio 3. Si vuole calcolare il punto di intersezione tra le due funzioni $y = \sqrt{2x+1}$ e $y = \log(3-x)$.

a. Si rappresentino graficamente le due funzioni nell'intervallo $[0,1]$ e si riporti il grafico.

b. Si calcoli la matrice Jacobiana del sistema non-lineare corrispondente.

c. Utilizzando lo script `newtonsys.m` si calcoli un'approssimazione del sistema mediante il metodo di Newton partendo dai dati iniziali $y_0 = 1$ e $x_0 = 0$ e considerando una tolleranza di 10^{-5}

d. Si discuta sotto quali condizioni sul sistema e sul dato iniziale il metodo di Newton garantisce una convergenza quadratica.

Esercizio 4. Si consideri il seguente problema di Cauchy $\begin{cases} y'(t) = 1 - y(t)\cos(t^2), & 0 < t \leq 3, \\ y(0) = 2. \end{cases}$

a. Si calcoli un'approssimazione della soluzione y all'istante $t = 3$ utilizzando il metodo di Runge-Kutta implementato nella function `ode23` con le seguenti tolleranze (`options = odeset('RelTol',1e-6,'AbsTol',1e-6);`). Si riporti la soluzione e il numero di passi temporali utilizzati.

b. Si calcoli un'approssimazione della soluzione y all'istante $t = 3$ utilizzando il metodo di Runge-Kutta implementato nella function `ode45` con le stesse tolleranze di prima (`options = odeset('RelTol',1e-6,'AbsTol',1e-6);`). Si riporti la soluzione e il numero di passi temporali utilizzati.

c. Si commentino i risultati ottenuti