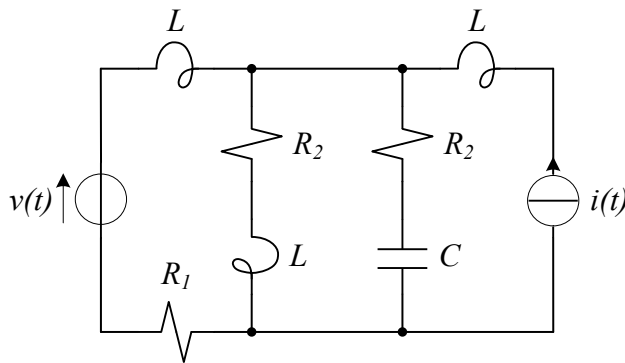


Esercizio 1 (8 Punti)

Sia data la rete in regime alternato sinusoidale indicata in Figura.

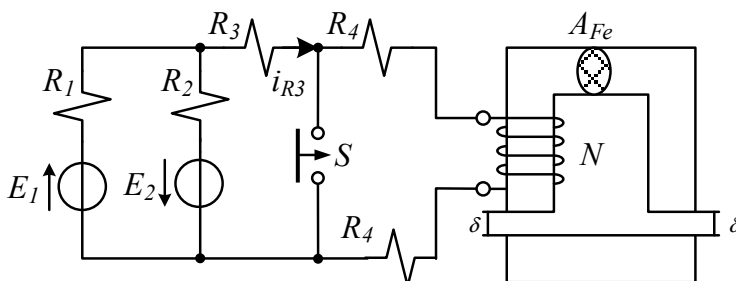


$f = 50 \text{ Hz}$
 $v(t) = \sqrt{2} \cdot 150 \cdot \sin(2\pi f \cdot t + \frac{\pi}{3})$
 $i(t) = \sqrt{2} \cdot 15 \cdot \cos(2\pi f \cdot t + \frac{\pi}{6})$
 $R_1 = 10 \ \Omega$
 $R_2 = 5 \ \Omega$
 $C = 150 \ \mu\text{F}$
 $L = 5 \ \text{mH}$

Determinare la potenza apparente complessa erogata da V.

[I fasori tensione e corrente sono pari a $V = 129.9 - j75 \text{ V}$ e $I = 12.99 + j7.5 \text{ A}$. Per trovare la potenza apparente bisogna moltiplicare il fasore tensione V per il coniugato del fasore corrente che percorre il generatore di tensione. La rete è binodale, formata da 4 rami in parallelo. Chiamando $Z_1 = R_1 + jX_1 = 10 + j1.57 \ \Omega$, $Z_2 = R_2 + jX_1 = 5 + j1.57 \ \Omega$, $Z_3 = R_2 - jX_C = 5 - j21.22 \ \Omega$, $Z_4 = jX_1 = j1.57 \ \Omega$ si ha che con Millman si trova la tensione ai capi dei due nodi $V_{\text{mil}} = (V/(Z_1 + I)) / ((1/Z_1) + (1/Z_2) + 1/Z_3)) = 84.32 + j1.859 \text{ V}$, di conseguenza la corrente I è pari a $I = (V - V_{\text{mil}})/Z_1 = 3.269 - j8.19 \text{ A}$ e la potenza apparente è pari a $A = 1039.7 + j819.9 \text{ VA}$]

Esercizio 2 (7 Punti)



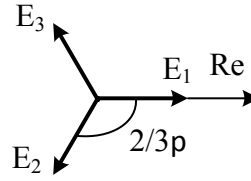
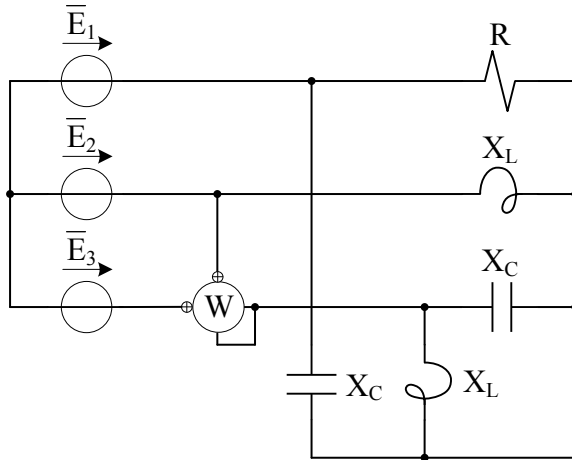
$E_1 = 20 \text{ V}$ $E_2 = 8 \text{ V}$
 $R_1 = 4 \ \Omega$ $R_2 = 4 \ \Omega$ $R_3 = 2 \ \Omega$ $R_4 = 6 \ \Omega$
 $A_{\text{fe}} = 15 \text{ cm}^2$ $\delta = 2 \text{ mm}$ $N = 250$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ $\mu_{\text{fe}} = \infty \text{ H/m}$

Sia data la rete inizialmente in regime stazionario indicata in Figura. All'istante $t = 0$ si chiude l'interruttore S. Si trovi l'espressione nel tempo della corrente $i_{R3}(t)$ (inclusa la costante di tempo) e se ne rappresenti l'andamento qualitativo nel tempo.

[L'induttanza L è data da $L = N^2 / (2 \cdot \text{teta}_{\text{eq}}) = 0.0295 \text{ H}$ dove $\text{teta}_{\text{eq}} = 2 \cdot d / (\mu_0 \cdot \mu_{\text{fe}})$. All'istante $t_{\text{zero_meno}}$ l'interruttore è aperto e l'induttanza è sostituita da un corto circuito. È necessario calcolare la corrente nell'induttanza e la corrente richiesta dall'esercizio. Si nota che la rete è binodale costituita dal parallelo di $E_1 - R_1$, $E_2 - R_2$, $R_3 + 2 \cdot R_4$. Utilizzando millman si trova $V_{\text{mil_zm}} = (E_1/R_1 - E_2/R_2) / (1/R_1 + 1/R_2 + 1/(R_3 + 2 \cdot R_4)) = 5.25 \text{ V}$. tale tensione è diretta verso l'alto di conseguenza la corrente i_{R3} è pari a $i_{R3_zp} = V_{\text{mil_zm}} / (R_3 + 2 \cdot R_4) = 0.375 \text{ A}$, la corrente nell'induttanza è uguale a i_{R3} . All'istante $t_{\text{zero_piu'}}$ l'interruttore è chiuso e l'induttanza è sostituita da un generatore di corrente pari a I_{L_zm} . Tale generatore è in serie a $2 \cdot R_4$ e il tutto è in parallelo ad un corto circuito. Il corto circuito impone una tensione nulla e disaccoppia questa parte di rete dal resto del circuito. Agli effetti esterni il generatore di corrente i_{L_zm} in serie a $2 \cdot R_4$ e in parallelo al corto equivale ad un corto circuito. Applicando millman si trova la tensione su $E_2 - R_2$, si trova $V_{\text{mill_zp}} = (E_1/R_1 - E_2/R_2) / (1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3) = 3 \text{ V}$, la corrente $i_{R3_zp} = V_{\text{mill_zp}} / R_3 = 1.5 \text{ A}$. A t infinito l'induttanza è sostituita da un corto circuito e l'interruttore chiuso. Come nel punto precedente $i_{R3_inf} = i_{R3_zp}$. La costante di tempo è pari a L/Req , dove



la Req è quella vista a manovra avvenuta sostituendo i generatori di tensione a dei corto circuiti, $R_{eq}=2 \cdot R_4 = 12 \Omega$ e $\tau=0.0025$ s]

ESERCIZIO 3 (7 Punti)

Sia data la rete trifase di Figura alimentata con una terna di tensioni simmetrica diretta a frequenza 50 Hz. Dati:

$$R = 10 \Omega, X_L = 25 \Omega, X_C = 5 \Omega$$

$$E_1 = E_2 = E_3 = 220 \text{ V}$$

Si determini l'indicazione del wattmetro W.

[La rete è costituita da E_1-Z_1 , E_2-Z_2 , E_3-Z_3 con Z_1 dato dal parallelo di R e $-jX_C$, $Z_1 = 2-j4 \Omega$, $Z_2 = jX_L$, Z_3 data dal parallelo di jX_L e $-jX_C$, $Z_3 = -j6.25 \Omega$. l'indicazione del Wattmetro è pari alla parte reale del prodotto della tensione E_2-E_3 per il coniugato della corrente relativa alla fase 3. Con millman si trova la tensione tra i due centri stella $V_{00} = (E_1/Z_1 + E_2/Z_2 + E_3/Z_3) / (1/Z_1 + 1/Z_2 + 1/Z_3) = 73.35 + j73.25$ V di conseguenza la corrente misurata dal wattmetro è pari a $I_w = (E_3 - V_{00}) / Z_3 = -18.76 - j29.33$ A, e la potenza misurata è $P_w = 11.179$ kW]

TEORIA (4 punti + 4 punti)

1. Potenze in regime alternato sinusoidale. Definizioni e corollario di Boucherot.
2. Modello semplificato del trasformatore monofase e prove per l'identificazione dei parametri.

**SOLUZIONI****ESERCIZIO 1**

```
% Definizione dei fasori
V = 150 * exp( 1i * ( pi/3 - pi/2 ) ) = 129.904 - 75.000i V
I = 15 * exp( 1i*pi/6 ) = 12.9904 + 7.5000i A

% Calcolo delle impedenze
ZL = 1i * 2 * pi * f * L = 0 + 1.5708i Ω
ZC = 1 / ( 2 * pi * f * C ) = 0 -21.2207i Ω

Z1 = R1 + ZL = 10.0000 + 1.5708i Ω
Z2 = R2 + ZL = 5.0000 + 1.5708i Ω
Z3 = R2 + ZC = 5.0000 - 21.2207i Ω

% Calcolo della tensione tra i due nodi di rete
VAB = ( V/Z1 + I ) / ( 1/Z1 + 1/Z2 + 1/Z3 ) = 84.3246 + 1.8594i V

% Corrente erogata da V
I = ( V - VAB ) / Z1 = 3.2699 - 8.1996i A

% Potenza apparente complessa elaborata da V
SV = V * conj( I ) = 1039.7 + 819.91i VA
```

ESERCIZIO 2

```
% Soluzione circuito magnetico
lambdad = mu0 * Afe / d = 942.48 nH
L = N^2 * ( lambdad/2 ) = 29.4524 mH

% Soluzione circuito elettrico

% Equivalente di Thevenin della parte di circuito di sinistra fino a R3, R3 escluso
Rth = ( R1 * R2 ) / ( R1 + R2 ) = 2 Ω
Eth = ( E1/R1 - E2/R2 ) / ( 1/R1 + 1/R2 ) = 6 V

% t = 0-
IR3_0m = Eth / ( Rth + R3 + R4 + R4 ) = 0.3750 A
IL_0m = IR3_0m = 0.3750 A

% t = 0+
IR3_0p = Eth / ( Rth + R3 ) = 1.5 A
IL_0p = IL_0m = 0.3750 A

% t = inf
IR3_inf = Eth / ( Rth + R3 ) = 1.5 A
IL_inf = 0

% Costante di tempo
Req = R4 + R4 = 12 Ω
tau = L / Req = 2.4544 ms
```

NOTA: $IR3_{0p} = IR3_{inf}$ in quanto il corto circuito disaccoppia la rete, e solo il transitorio della parte di rete di destra è caratterizzata da componenti esponenziali di ampiezza non nulla.

**ESERCIZIO 3**

% Definizione dei fasori

$$E1 = 220 + 0i \text{ V}$$

$$E2 = -110 - 190.53 \text{ V}$$

$$E3 = -110 + 190.53 \text{ V}$$

% Definizione delle impedenze del carico

$$ZC = -1i * XC = -5i \ \Omega$$

$$ZL = 1i * XL = 25i \ \Omega$$

$$Z1 = (R * ZC) / (R + ZC) = 2 - 4i \ \Omega$$

$$Z2 = ZL = 25i \ \Omega$$

$$Z3 = (ZL * ZC) / (ZL + ZC) = -6.25i \ \Omega$$

% Soluzione del circuito

$$VAB = (E1/Z1 + E2/Z2 + E3/Z3) / (1/Z1 + 1/Z2 + 1/Z3) = 73.3584 + 73.2530i \text{ V}$$

$$Iw = (E3 - VAB) / Z3 = -18.7636 - 29.3373i \text{ A}$$

$$Vw = E2 - E3 = 0 - 381.05i \text{ V}$$

% Indicazione del wattmetro

$$Pw = \text{real}(Vw * \text{conj}(Iw)) = 11179 \text{ W}$$