



ESERCIZIO 1 (8 Punti)

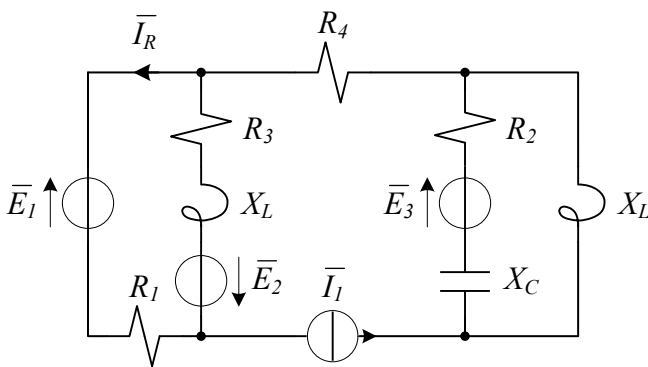
Sia dato un trasformatore monofase con i seguenti dati di targa:

Potenza apparente nominale	$A_n = 200 \text{ kVA}$
Tensione nominale avv. 1	$V_{1n} = 10000 \text{ V}$
Tensione nominale avv. 2	$V_{2n} = 400 \text{ V}$
Fattore di potenza di corto circuito	$\cos\varphi_{cc} = 0,35$
Potenza di corto circuito	$P_{cc\%} = 2\%$
Corrente a vuoto	$I_{0\%} = 1\%$
Potenza a vuoto	$P_{0\%} = 0,5\%$

Il trasformatore alimenta un carico che assorbe 75 kW ad una tensione di 310 V e $\cos\varphi = 0,9$. Si determinino le condizioni di alimentazione primarie, in termini di tensione, corrente e $\cos\varphi$.

Esercizio 2 (7 Punti)

Sia data la rete in regime sinusoidale di figura. Si determini la corrente I_R con il verso indicato e si scriva la sua espressione nel tempo.

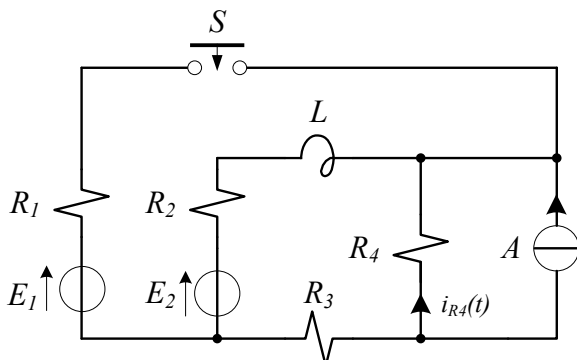


$$\begin{aligned} \bar{E}_1 &= \bar{E}_3 = 15e^{-j\frac{\pi}{4}} \\ \bar{E}_2 &= 12e^{j\frac{\pi}{3}} \\ \bar{I}_1 &= 4e^{j\frac{\pi}{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_1 &= 25 \Omega & R_2 &= R_3 = 10 \Omega \\ X_L &= 15 \Omega \\ X_C &= 15 \Omega \\ f &= 50 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Esercizio 3 (7 punti)

Sia data la rete inizialmente in regime stazionario indicata in figura. All'istante $t = 0$ si chiude l'interruttore S. Si determini l'espressione nel tempo della corrente $i_{R4}(t)$ (inclusa la costante di tempo) e se ne rappresenti l'andamento qualitativo nel tempo.



$$\begin{aligned} E_1 &= 15 \text{ V} & E_2 &= 20 \text{ V} & A &= 5 \text{ A} \\ R_1 &= 5 \Omega & R_2 &= 10 \Omega \\ R_3 &= 2 \Omega & R_4 &= 12 \Omega \\ L &= 20 \text{ mH} \end{aligned}$$

TEORIA (4 punti + 4 punti)

1. Si enuncino e si dimostrino i teoremi di Thevenin e Norton.
2. Definizioni di potenza attiva, reattiva, apparente e apparente complessa in regime alternato sinusoidale.

**SOLUZIONI****ESERCIZIO 1****%% Caratterizzazione del modello del trasformatore**

```
% Correnti nominali e rapporto di trasformazione
```

$$I_{1n} = A_n / V_{1n} = 20 \text{ A}$$

$$I_{2n} = A_n / V_{2n} = 500 \text{ A}$$

$$k = V_{1n} / V_{2n} = 25$$

```
% Prova a vuoto lato BT
```

$$I_0 = i_0 * I_{2n} = 5 \text{ A}$$

$$P_0 = p_0 * A_n = 1000 \text{ W}$$

$$A_0 = V_{2n} * I_0 = 2000 \text{ VA}$$

$$Q_0 = \sqrt{A_0^2 - P_0^2} = 1732.1 \text{ VAr}$$

$$R_0 = V_{2n}^2 / P_0 = 160 \text{ } \Omega$$

$$X_0 = V_{2n}^2 / Q_0 = 92.3760 \text{ } \Omega$$

```
% Prova in corto circuito lato BT
```

$$P_{cc} = p_{cc} * A_n = 4000 \text{ W}$$

$$A_{cc} = P_{cc} / \cos\phi_{cc} = 11429 \text{ kVA}$$

$$Q_{cc} = \sqrt{A_{cc}^2 - P_{cc}^2} = 107068 \text{ VAr}$$

$$R_{cc} = P_{cc} / I_{2n}^2 = 16 \text{ m}\Omega$$

$$X_{cc} = Q_{cc} / I_{2n}^2 = 42.8228 \text{ m}\Omega$$

```
% Riporto dei valori in AT (non necessari per la soluzione proposta)
```

$$R_{0_AT} = k^2 * R_0 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$X_{0_AT} = k^2 * X_0 = 57.735 \text{ k}\Omega$$

$$R_{cc_AT} = k^2 * R_{cc} = 10 \text{ } \Omega$$

$$X_{cc_AT} = k^2 * X_{cc} = 26.7643 \text{ } \Omega$$

%% Soluzione della rete con Boucherot e trasformatore con modello a gamma**%% rovesciata**

```
% Sezione di carico
```

$$V_A = V_c = 310 \text{ V}$$

$$P_A = P_c = 75 \text{ kW}$$

$$Q_A = P_c * \tan(\arccos(\cos\phi_c)) = 36.324 \text{ kVAr}$$

$$A_A = \sqrt{P_A^2 + Q_A^2} = 83.333 \text{ kVA}$$

$$I_A = A_A / V_A = 268.8172 \text{ A}$$

```
% Sezione a monte del ramo magnetizzante
```

$$V_B = V_A = 310 \text{ V}$$

$$P_B = P_A + V_B^2 / R_0 = 75.601 \text{ kW}$$

$$Q_B = Q_A + V_B^2 / X_0 = 37.364 \text{ kVAr}$$

$$A_B = \sqrt{P_B^2 + Q_B^2} = 84.330 \text{ kVA}$$

$$I_B = A_B / V_B = 272.0324 \text{ A}$$

```
% Sezione a monte del ramo serie
```

$$I_C = I_B = 272.0324 \text{ A}$$

$$P_C = P_B + R_{cc} * I_C^2 = 76.785 \text{ kW}$$

$$Q_C = Q_B + X_{cc} * I_C^2 = 40.533 \text{ kVAr}$$

$$A_C = \sqrt{P_C^2 + Q_C^2} = 86.827 \text{ kVA}$$

$$V_C = A_C / I_C = 319.1770 \text{ V}$$

$$\cos\phi_C = P_C / A_C = 0.88431$$

```
% Sezione a monte del trasformatore ideale
```

$$V_{C_AT} = k * V_C = 7.9794 \text{ kV}$$

$$I_{C_AT} = I_C / k = 10.8813 \text{ A}$$



**%% Soluzione della rete con Boucherot e trasformatore con modello a gamma
%% (alternativa alla precedente)**

% Sezione di carico

VA = Vc = 310 V
PA = Pc = 75 kW
QA = Pc * tan(acos(cosfic)) = 36.324 kVAr
AA = sqrt(PA^2 + QA^2) = 83.333 kVA
IA = AA / VA = 268.8172 A

% Sezione a monte del ramo serie

IB = IA = 268.8172 A
PB = PA + Rcc * IB^2 = 76.156 kW
QB = QA + Xcc * IB^2 = 39.419 kVAr
AB = sqrt(PB^2 + QB^2) = 85.753 kVA
VB = AB / IB = 319.0016 V

% Sezione a monte del ramo magnetizzante

VC = VB = 319.0016 V
PC = PB + VC^2 / R0 = 76.792 kW
QC = QB + VC^2 / X0 = 40.520 kVAr
AC = sqrt(PC^2 + QC^2) = 86.827 kVA
IC = AC / VC = 272.1837 A
cosfic = PC / AC = 0.8844

% Sezione a monte del trasformatore ideale

VC_AT = k * VC = 7.9750 kV
IC_AT = IC / k = 10.8873 A

N.B.: siccome il trasformatore ideale conserva le potenza, il cosfi lato AT è lo stesso calcolato lato BT.

ESERCIZIO 2

%% Soluzione della rete

VAB = (E1/R1 - E2/(R3+1i*XL) + I1) / (1/R1 + 1/(R3+1i*XL)) = -7.4150 +j49.5031 V
IR = (VAB - E1) / R1 = -0.7209 + j1.5559 A
Ir4(t) = $\sqrt{2} \cdot 1.7147 \cdot \cos (314.15 \cdot t + 2.4250)$

**ESERCIZIO 3****%% Soluzione della rete a t = 0 meno**

```
VAB_0m = ( A + E2/(R2 + R3) ) / ( 1/(R2 + R3) + 1/R4 ) = 40 V
IL_0m = ( VAB_0m - E2 ) / ( R2 + R3 ) = 1.6667 A
IR4_0m = -VAB_0m / R4 = -3.3333 A
```

%% Soluzione della rete a t = 0 più

```
%% Metodo A: Equivalente di Thevenin ai capi di R4
VAC0_0p = ( E1/R1 + A - IL_0m ) / ( 1/R1 ) = 31.6667 V
ETH_0p = VAC0_0p + R3 * A = 41.6667 V
RTH_0p = R1 + R3 = 7 Ω
% Corrente in R4
IR4_0p = -ETH_0p / ( RTH_0p + R4 ) = -2.1930 A
```

%% Soluzione della rete a t = infinito

```
%% Metodo A: Equivalente di Thevenin ai capi di R4
VAC0_inf = ( E1/R1 + E2/R2 + A ) / ( 1/R1 + 1/R2 ) = 33.3333 V
ETH_inf = VAC0_inf + R3 * A = 43.3333 V
RTH_inf = ( R1 * R2 ) / ( R1 + R2 ) + R3 = 5.3333 Ω
% Corrente in R4
IR4_inf = -ETH_inf / ( RTH_inf + R4 ) = -2.5 A
```

%% Costante di tempo

```
Req = R2 + ( ( R3 + R4 ) * R1 ) / ( ( R3 + R4 ) + R1 ) = 13.6842 Ω
tau = L / Req = 1.4615 ms
```

```
%% In alternativa a quanto proposto, si indica una seconda metodologia per
%% determinare la grandezza di rete IR4 agli istanti 0 più ed infinito
```

%% Soluzione della rete a t = 0 più

```
%% Metodo B: Equivalente di Thevenin di E1 - IL - R1 - R3
ETH_0p = E1 - R1 * IL_0m = 6.6667 V
RTH_0p = R1 + R3 = 7 Ω
% Corrente in R4
VAB_0p = ( ETH_0p/RTH_0p + A ) / ( 1/RTH_0p + 1/R4 ) = 26.3158 V
IR4_0p = -VAB_0p / R4 = -2.1930 A
```

%% Soluzione della rete a t = infinito

```
%% Metodo B: Equivalente di Thevenin di E1 - R1 - E2 - R2 - R3
ETH_inf = ( E1 - E2 ) * R2 / ( R1 + R2 ) + E2 = 16.6667 V
RTH_inf = ( R1 * R2 ) / ( R1 + R2 ) + R3 = 5.3333 Ω
% Corrente in R4
VAB_inf = ( ETH_inf/RTH_inf + A ) / ( 1/RTH_inf + 1/R4 ) = 30 V
IR4_inf = -VAB_inf / R4 = -2.5 A
```

```

%ese trafo
An=200e3;
V1n=10e3;
V2n=400;
cosficc=0.35;
pcc=2/100;
io=1/100;
po=0.5/100;
Pu=75e3;
Vu=310;
cosfiu=0.9;

```

```

%svolgimento
%calcolo parametri
Pcc=pcc*An
I2n=An/V2n
Rcc=Pcc/I2n^2
Xcc=(Pcc*tan(acos(cosficc)))/I2n^2
Po=po*An
I1n=An/V1n
Io=io*I1n
cosfio=Po/(V1n*Io)
Ro=V1n^2/Po
Xo=V1n^2/(Po*tan(acos(cosfio)))

```

```

Pcc =
    4000

```

```

I2n =
    500

```

```

Rcc =
    0.0160

```

```

Xcc =
    0.0428

```

```

Po =
    1000

```

```

I1n =
    20

```

```

Io =

```

```
%Ese2
%Dati
E1=15*exp(-j*pi/4);
E3=E1;
E2=12*exp(j*pi/3);
I1=4*exp(j*pi/3);
R1=25;
R4=R1;
R2=10;
R3=R2;
Xl=15;
Xc=15;
```

```
%svolgimento
Vmill=((E1/R1)-E2/(R3+j*Xl)+I1)/((1/R1+1/(R3+j*Xl)))
Ir=(Vmill-E1)/R1
abs(Ir)
angle(Ir)
```

Vmill =

-1.9288 +41.0909i

Ir =

-0.5014 + 2.0679i

ans =

2.1278

ans =

1.8087

```
%Trasitorio
```

```
%Dati
```

```
E1=15;  
E2=20;  
R1=5;  
R2=10;  
R3=2;  
R4=12;  
A=5;  
L=20e-3;
```

```
%t zero meno
```

```
Vmilzm=(A+E2/(R2+R3))/(1/(R2+R3)+1/R4)  
irzm=-Vmilzm/R4  
ilzm=(Vmilzm-E2)/(R2+R3)
```

```
Vmilzm =  
  
40.0000
```

```
irzm =  
  
-3.3333
```

```
ilzm =  
  
1.6667
```

```
%zero piu
```

```
Vvzp=E1-R1*ilzm  
Reqzp=R1+R3  
Vmilzp=(A+Vvzp/Reqzp)/(1/Reqzp+1/R4)  
irzp=-Vmilzp/R4
```

```
Vvzp =  
  
6.6667
```

```
Reqzp =  
  
7
```

```
Vmilzp =  
  
26.3158
```

```
irzp =
```

-2.1930

```
%t infinito
```

```
Reqinf=R3+R1*R2/(R1+R2)
```

```
Vvinf=(E2-E1)/(R1+R2)*R1+E1
```

```
Vmilinf=(A+Vvinf/(Reqinf))/(1/Reqinf+1/R4)
```

```
irinf=-Vmilinf/R4
```

```
Reqinf =
```

5.3333

```
Vvinf =
```

16.6667

```
Vmilinf =
```

30.0000

```
irinf =
```

-2.5000

```
%tau
```

```
Req=(R3+R4)*R1/(R3+R4+R1)+R2
```

```
tau=L/Req
```

```
Req =
```

13.6842

```
tau =
```

0.0015

0.2000

cosfiu =

0.5000

Ro =

100000

Xo =

5.7735e+04

`%Risolvo con Boucherot`

`Iu=Pu/(Vu*cosfiu)`

`Qu=Pu*tan(acos(cosfiu))`

`Pa=Pu+Rcc*Iu^2`

`Qa=Qu+Xcc*Iu^2`

`Ia=Iu`

`Va=sqrt(Pa^2+Qa^2)/Ia`

`k=V1n/V2n`

`Vap=Va*k`

`Pb=Pa+Vap^2/Ro`

`Qb=Qa+Vap^2/Xo`

`Vb=Vap`

`Ib=sqrt(Pb^2+Qb^2)/Vb`

`cosfib=Pb/(Vb*Ib)`

Iu =

268.8172

Qu =

3.6324e+04

Pa =

7.6156e+04

Qa =

3.9419e+04

Ia =

268.8172

Va =

319.0016

k =

25

Vap =

7.9750e+03

Pb =

7.6792e+04

Qb =

4.0520e+04

Vb =

7.9750e+03

Ib =

10.8873

cosfib =

0.8844