

Problema 1.1

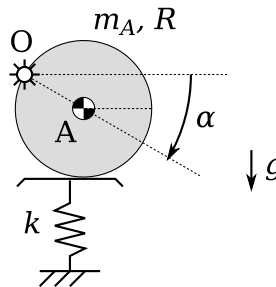
Un punto materiale si muove nel piano con velocità, espressa mediante i numeri complessi, pari a

$$\vec{v} = ve^{i\vartheta} + R\dot{\alpha}e^{i(\alpha+\pi/2)}$$

con $v = 5 \text{ m/s}$, $\vartheta = 0 \text{ rad}$ e $R = 1 \text{ m}$, costanti. Sapendo che $\ddot{\alpha} = \pi \text{ rad/s}^2$, costante, e che $\dot{\alpha}(t = 0) = 0$ e $\alpha(t = 0) = 0$, calcolare i moduli dell'accelerazione tangenziale e normale all'istante $t = 1 \text{ s}$.

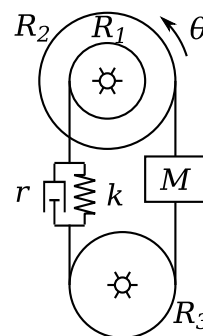
Problema 1.2

Il sistema in figura, posto su un piano verticale, è costituito da un disco omogeneo di massa m_A e raggio $R = 0.25 \text{ m}$. Il disco è incernierato a terra sulla sua periferia nel punto O . Una molla di rigidità $k = 100 \text{ N/m}$ tiene in equilibrio il sistema ad un valore $\alpha = 30 \text{ deg}$. La molla è indeformata per $\alpha = 0 \text{ deg}$. Calcolare il valore della massa m_A perchè il sistema sia in equilibrio.



Problema 1.3

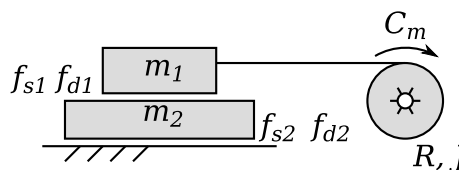
Il sistema in figura, posto nel piano orizzontale, è costituito da tre dischi incernierati a terra nel loro centro. Il disco di raggio $R_1 = 2 \text{ m}$ è concentrico e solidale al disco di raggio $R_2 = 4 \text{ m}$. Il terzo disco ha raggio $R_3 = 3 \text{ m}$. Una massa $M = 5 \text{ kg}$ è vincolata tramite una fune inestensibile che si avvolge senza strisciare sul disco di raggio R_2 da un lato e sul disco di raggio R_3 dall'altro. Un gruppo molla-smorzatore di rigidità $k = 10 \text{ Nm}$ e smorzamento $r = 2 \text{ Ns/m}$ è vincolato tramite una fune inestensibile che si avvolge senza strisciare sulla periferia del disco di raggio R_1 da un lato e sulla periferia del disco di raggio R_3 dall'altro come in figura.



Trascurando l'inerzia dei dischi, si calcoli la pulsazione propria del sistema non smorzato considerando come coordinata libera la rotazione θ del disco (1).

Problema 1.4

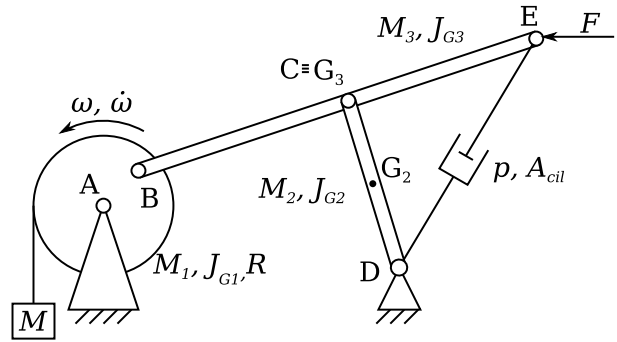
Il sistema in figura è composto da due lastre di massa $M_1 = 15 \text{ kg}$ e $M_2 = 10 \text{ kg}$ e di spessore trascurabili. La lastra M_2 è appoggiata ad una guida orizzontale rettilinea, mentre la lastra M_1 è appoggiata sopra la lastra M_2 . La lastra M_1 è tirata da una fune inestensibile (parallela alla guida) che si avvolge su un disco di raggio $R = 0.1 \text{ m}$. Siano noti inoltre i coefficienti di attrito statico e dinamico fra lastra M_2 e guida ($f_{s2} = 0.5$, $f_{d2} = 0.35$) e il coefficiente di attrito dinamico fra lastra M_1 e M_2 ($f_{d1} = 0.5$). Supponendo il sistema inizialmente fermo, si richiede di calcolare:



1. la coppia di incipiente movimento C_{m0} da applicare al disco al fine di trascinare le due lastre insieme (ovvero con assenza di moto relativo fra le due lastre). Si consideri trascurabile l'accelerazione del sistema.
2. il valore di attrito statico minimo f_{s1} fra le due lastre al fine di garantire il moto così come richiesto nel punto precedente.

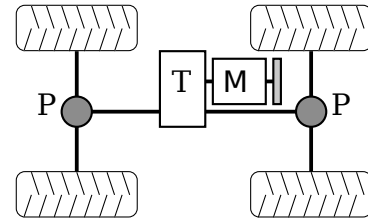
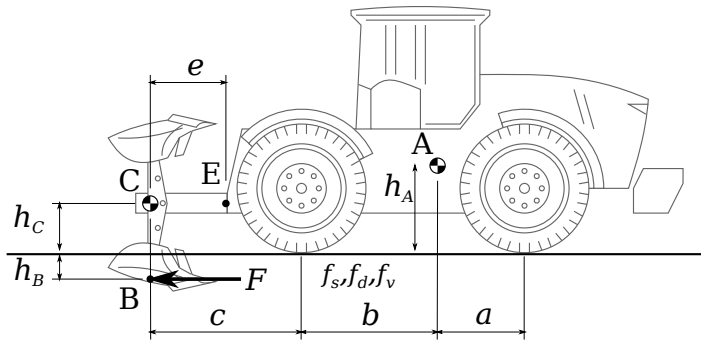
Problema 2

Del cinematismo in figura, posto nel piano verticale, sono note tutte le caratteristiche geometriche ed inerziali, ad eccezione della massa M appesa al disco (1). In particolare siano $M_1, J_{G1}, M_2, J_{G2}, M_3, J_{G3}$, masse e momenti d'inerzia rispettivamente del disco (1), dell'asta (2) e dell'asta (3); come indicato in figura si consideri il baricentro dell'asta (3) in mezzzeria all'asta e quindi coincidente con la cerniera C . All'estremità dell'asta (3) nel punto E è applicata una forza F nota sempre diretta in direzione orizzontale. Un cilindro idraulico di area A_{cil} congiunge la cerniera E con la cerniera a terra D ; all'interno del cilindro agisce una pressione p , nota. Trascurando tutti gli attriti, calcolare nella posizione assegnata:



1. velocità ed accelerazione angolari dell'asta (2), assegnate velocità ed accelerazione angolare del disco (1) come da figura;
2. il valore della massa M tale per cui si verificano le condizioni di moto assegnate
3. Le reazioni vincolari nella cerniera B .

Problema 3



La trattoria agricola in figura ha massa $m_A = 15000$ kg e baricentro nel punto A ($h_A = 0.5$ m, $a = 1$ m, $b = 2$ m). Ad essa è collegato tramite un incastro nel punto E un aratro la cui massa è $m_C = 500$ kg, con baricentro nel punto C ($h_C = 0.3$ m, $c = 2$ m). Sul vomere, applicata nel punto B ($h_B = 0.2$ m), agisce una forza resistente F dipendente dalla velocità di avanzamento v secondo la legge $F = c_0 + c_1 v^2$, con $c_0 = 1000$ N e $c_1 = 500$ N s²/m². Il sistema di trasmissione è costituito da un motore M con momento d'inerzia $J_m = 0.5$ kg m² e di caratteristica $C_m = C_0 \left(1 - \frac{\omega_m^2}{\omega_s^2}\right)$ con $C_0 = 500$ Nm e $\omega_s = 3000$ rpm. La trasmissione T ha un rapporto di trasmissione $\tau_c = 1/5$ ed un rendimento $\eta_{cd} = 0.9$ e $\eta_{cr} = 0.8$. La trasmissione ripartisce in egual modo la coppia motrice tra l'asse anteriore e l'asse posteriore. A valle della trasmissione è presente, per ciascun asse, un differenziale P con rapporto di trasmissione $\tau_p = 1/4$ e rendimento $\eta_{pd} = 0.95$ e $\eta_{pr} = 0.92$. Le ruote del mezzo hanno raggio $R = 0.5$ m, momento d'inerzia $J_R = 20$ kg m² e tra esse ed il terreno vi è un coefficiente di resistenza al rotolamento pari a $f_v = 0.4$. L'attrito radente ha invece coefficienti statico e dinamico pari rispettivamente a $f_s = 0.6$ e $f_d = 0.5$.

Si chiede di calcolare:

1. la coppia motrice e la velocità di avanzamento a regime;
2. l'accelerazione del veicolo quando, a partire dalla condizione di regime, il valore della costante c_1 dell'espressione della forza F raddoppia istantaneamente;
3. nella condizione precedente, verificare l'aderenza delle ruote posteriori.
4. si discuta la stabilità della soluzione di regime del punto 1