Matricola:

0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

Istruzioni: riempire ***completamente*** *le bolle con le cifre del numero di matricola (una cifra per colonna); nella parte sotto del foglio, riempire* ***completamente*** *le bolle con le risposte alle domande a scelta multipla. Per riempire, usare penna o matita nera, colorando tutto l'interno e cercando di non uscire dal bordo. Non sono ammesse correzioni, dato che il foglio verrà analizzato da un computer.*

Cognome:............................**Nome**:............................**Firma**:............................

Segnare le risposte delle domande a scelta multipla

(1) A B C D E

(2) A B C D E

(3) A B C D E

(4) A B C D E

(5) A B C D E

(6) A B C D E

Domande a scelta multipla

(1) La probabilità che un elettore cambi idea è $3/5$; tuttavia, dopo aver sentito un comizio di Cetto La Qualunque la probabilità di cambiare idea diventa $1/3$. Sapendo che la probabilità di aver ascoltato un comizio di Cetto La Qualunque è $1/2$, quanto vale la probabilità di cambiare idea senza aver ascoltato un comizio di Cetto La Qualunque?

- ☐ *(a)* $2/3$.
- ☐ *(b)* $2/5$.
- ☐ *(c)* [=] $13/15$. *(*) Sia $A =$"ascoltare un comizio" e $B =$"cambiare idea". Dalla formula delle probabilità totali si ha $\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B|A^c)(1 - \mathbb{P}(A))$ da cui $\mathbb{P}(B|A^c) = (\mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A))/(1 - \mathbb{P}(A)) = (3/5 - (1/3)(1/2))/(1/2)$.*
- ☐ *(d)* $1/2$.
- ☐ *(e)* Nessuna delle altre risposte è sempre vera.

(2) Si costruiscono 10 intervalli di confidenza al 95% per la media a partire da 100 campioni indipendenti provenienti da altrettante popolazioni normali non necessariamente aventi la stessa legge (ad esempio, potrebbero essere misure di grandezze di tipo diverso tra loro). Quante volte la media cadrà nell'intervallo scelto?

- ☐ *(a)* [=] Un numero casuale avente legge binomiale di parametri $(100, 0.95)$.
- ☐ *(b)* Un numero casuale avente legge binomiale di parametri $(100, 0.05)$.
- ☐ *(c)* 95 volte.
- ☐ *(d)* 5 volte.
- ☐ *(e)* Nessuna delle precedenti se le popolazioni non hanno la stessa legge.

(3) Supponiamo di eseguire un test d'ipotesi di livello α per testare $H_0 : \theta \leq 5$ contro $H_1 : \theta > 5$. Che cosa vale sempre per la funzione potenza del test (che indichiamo con Pot)?

- ☐ *(a)* $\text{Pot}(x) \leq \alpha$ per tutti gli x.
- ☐ *(b)* Se $\theta = 4$, allora 1-Pot(4) è la probabilità dell'errore di II specie.
- ☐ *(c)* Se $\theta = 7$, allora Pot(7) è la probabilità dell'errore di II specie. *(*) Questa non può mai essere vera.*
- ☐ *(d)* [=] Se $\theta = 4$, allora Pot(4) è la probabilità dell'errore di I specie.
- ☐ *(e)* Se $\theta = 7$, allora 1-Pot(7) è la probabilità dell'errore di I specie. *(*) Questa non può mai essere vera.*

(4) Una regressione lineare con 5 predittori restituisce la seguente tabella. Quale predittore giudichereste non significativo nella regressione?

```
Coefficients:
              Estimate   Std. Error  t value   Pr(>|t|)
(Intercept)  -10.18917    4.63972    -2.196    0.0311
L             -0.01989    0.03712    -0.536    0.5936
W              0.20429    0.16001     4.277    1.56e-06
H              0.14350    0.07481     2.918    0.0088
S              0.08843    0.01550     5.705    2.06e-07
T              0.04350    0.07481     4.918    1.72e-06
---

Residual standard error: 4.043 on 77 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.8869, Adjusted R-squared: 0.8811
F-statistic: 151 on 5 and 77 DF, p-value: <2.2e-16
```

- ☐ *(a)* W
- ☐ *(b)* H
- ☐ *(c)* S
- ☐ *(d)* T
- ☐ *(e)* [=] L

(5) Sia $\{x_i\}_{i=1}^n$ un campione Bernoulliano (si noti in particolare che $x_i \in \{0,1\}$ per ogni i) di ampiezza $n > 1$. Se la media campionaria è $1/2$, la varianza campionaria è sempre pari a:

- ☐ *(a)* $1/4$.
- ☐ *(b)* $\frac{n}{2(n-1)}$.
- ☐ *(c)* non si hanno abbastanza informazioni per poter calcolare la varianza campionaria.
- ☐ *(d)* [=] $\frac{n}{4(n-1)}$.
- ☐ *(e)* $1/2$.

(6) Siano X_1 ed X_2 variabili con medie μ_1 e μ_2 e varianze σ_1^2 e σ_2^2 rispettivamente. Allora

- ☐ *(a)* $\mathbb{E}(X_1^2 + X_2^2) = \mu_1^2 + \mu_2^2$.
- ☐ *(b)* $\mathbb{E}(X_1^2 + X_2^2) = \mu_1^2 + \mu_2^2$, ma solo se le due variabili sono indipendenti.
- ☐ *(c)* $\mathbb{E}(X_1^2 + X_2^2) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \mu_1^2 - \mu_2^2$.
- ☐ *(d)* [=] $\mathbb{E}(X_1^2 + X_2^2) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \mu_1^2 + \mu_2^2$.
- ☐ *(e)* $\mathbb{E}(X_1^2 + X_2^2) = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\text{cov}(X, Y)$.