082742 – Elettrotecnica (E-O) Seconda prova in itinere, 2 Luglio 2013

Prof. F. Bizzarri

Cognome	____________	**Nome**	____________
Matricola	____________	**Firma**	____________

AVVERTENZE

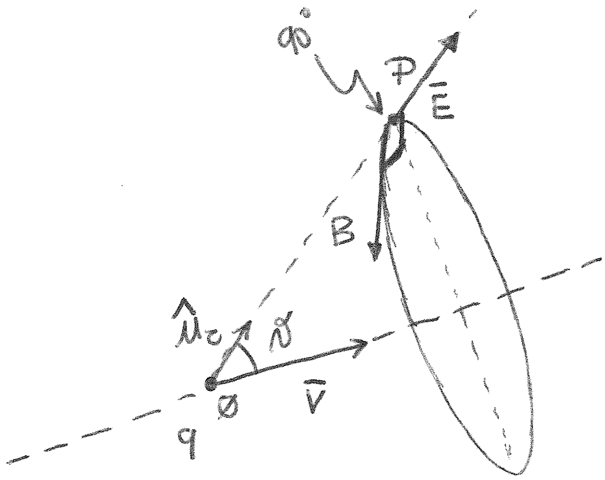
- La prova dura **2 ore e un quarto**
- I punteggi massimi per ogni quesito sono indicati nella tabella sottostante; un punteggio complessivo inferiore a **8 punti** invalida la prova.

Quesito o Esercizio	E1 2.0 punti	E2a 4.0 punto	E2b 2.0 punti	E3a 4.0 punto	E3b 1.0 punto	E3c 1.0 punto	Voto Finale
Voto							

Riportare i risultati e i passaggi salienti nel riquadro relativo ad ogni esercizio

E1a

Discutere anche graficamente l'espressione ~~del campo elettromagnetico~~ che legge il campo elettrico e quello magnetico **generato da una carica q in moto nel vuoto in condizioni non relativistiche** con velocità $\bar{V}$.



$\overline{P0} = r$

$\bar{B}$ è perpendicolare al piano individuato da $\bar{V}$ ed $\bar{E}$ e il suo verso è dato dalla regola della mano dx.

$$\bar{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{u}_r$$

$$\bar{B} = \frac{1}{c^2}(\bar{V}\times\bar{E})$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$$

E2a

Per il doppio bipolo in Figura 1 determinare la rappresentazione mediante la matrice [R].

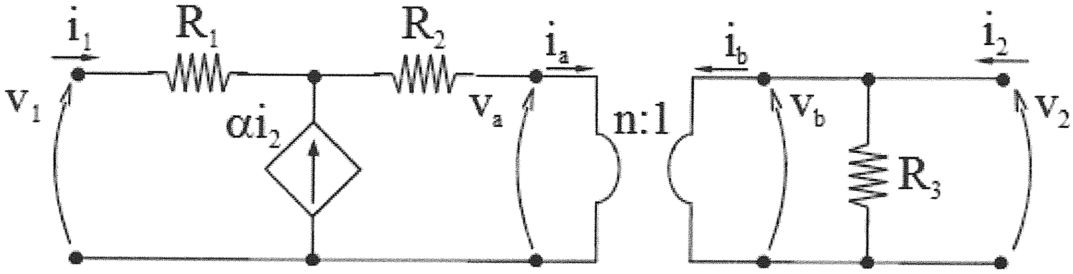


Figura 1

Si devono ricavare i valori R_{11}, R_{12}, R_{21} e R_{22} che legano (i_1, i_2) e (V_1, V_2) nel modo seguente:

$$\begin{cases} V_1 = R_{11} i_1 + R_{12} i_2 \\ V_2 = R_{21} i_1 + R_{22} i_2 \end{cases}$$

$$V_a = n V_b = V_2 n$$

$$i_a = -\frac{1}{n} i_b = -\frac{1}{n}\left(i_2 - \frac{V_2}{R_3}\right)$$

$$V_1 - R_1 i_1 - R_2 (i_1 + \alpha i_2) = V_a = n V_2$$

$$i_1 + \alpha i_2 = i_a = -\frac{1}{n}\left(i_2 - \frac{V_2}{R_3}\right) \longrightarrow V_2 = \overbrace{R_3 n}^{R_{21}} i_1 + \overbrace{R_3 n\left(\alpha + \frac{1}{n}\right)}^{R_{22}} i_2$$

$$V_1 = (R_1 + R_2) i_1 + \alpha R_2 i_2 + n\left(R_3 n i_1 + R_3 n\left(\alpha + \frac{1}{n}\right) i_2\right) =$$

$$= \overbrace{\left(R_1 + R_2 + n^2 R_3\right)}^{R_{11}} i_1 + \underbrace{\left(\alpha R_2 + R_3 n^2\left(\alpha + \frac{1}{n}\right)\right)}_{} i_2$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_1 + R_2 + n^2 R_3 & \alpha R_2 + n^2 R_3 (\alpha + 1/n) \\ R_3 n & R_3 n\left(\alpha + \frac{1}{n}\right) \end{bmatrix}^{R_{12}}$$

E2b

Assumendo $R_1=R_2=R_3=r$ e $\alpha = -\frac{1}{n}$, determinare il valore di n positivo tale per cui la potenza istantanea assorbita dal doppio bipolo in Figura 1 <u>non</u> dipende dalla corrente i_2.

Nelle ipotesi $R_1=R_2=R_3=r$ e $\alpha=-\frac{1}{n}$ la matrice $[R]$ diventa:

$$[R]=\begin{bmatrix}(2+n^2)r & -\frac{r}{n}\\ nr & \emptyset\end{bmatrix}$$

$$p(t)=V_1i_1+V_2i_2=$$

$$=i_1\left[(2+n^2)i_1r-\frac{r}{n}i_2\right]+i_2\cdot nri_1=$$

$$=i_2nri_1-i_2\frac{r}{n}i_1+r(2+n^2)i_1^2=$$

$$=\left(n-\frac{1}{n}\right)ri_1i_2+r(2+n^2)i_1^2=$$

$$=\frac{n^2-1}{n}ri_1i_2+r(2+n^2)i_1^2$$

se $n^2=1$ $p(t)$ dipende solo da i_1

$$n^2=1\begin{cases}+1\\-1 \text{ non accettabile} \times \text{hp.}\end{cases}$$

E3a

Per il circuito in Figura 2 in cui l'amplificatore operazionale si assume ideale, sapendo che $e(t) = E\cos(\omega t)$ e assumendo il funzionamento in regime sinusoidale, determinare $v_C(t)$.

$E\cos\omega t \longleftrightarrow \bar{e} = E$

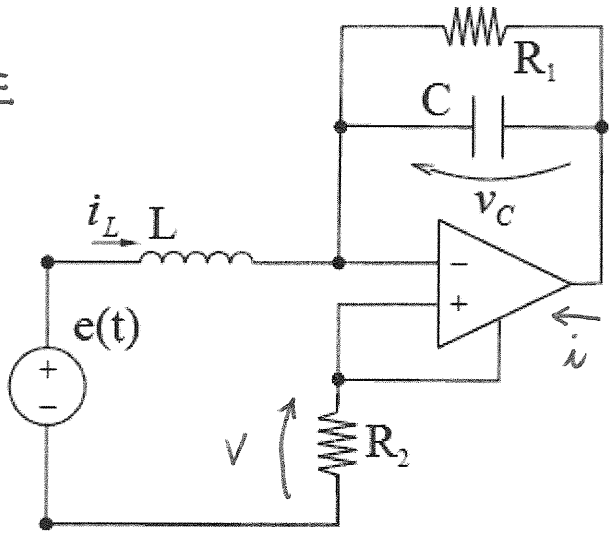


Figura 2

$$\bar{i} = j\omega C\bar{V}_C + \frac{\bar{V}_C}{R_1} = \frac{1 + j\omega C R_1}{R_1}\bar{V}_C$$

$$\bar{V} = R_2\bar{i}$$

$$\bar{V}_L = j\omega L\bar{i}_L = E - R_2\bar{i}$$

$$\bar{i}_L = \bar{i}$$

$$(j\omega L + R_2)\bar{i} = (j\omega L + R_2)\frac{1 + j\omega R_1 C}{R_1}\bar{V}_C = E$$

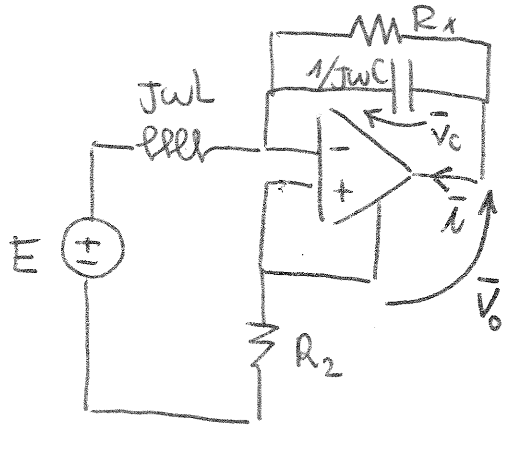
$$\bar{V}_C = \frac{R_1 E}{(j\omega L + R_2)(1 + j\omega R_1 C)} = \frac{R_1 E}{R_2 - \omega^2 R_1 L C + j\omega(L + R_1 R_2 C)}$$

$$V_C(t) = \mathrm{Re}\{\bar{V}_C e^{j\omega t}\} = \frac{R_1 E}{(R_2 - \omega^2 R_1 L C)^2 + \omega^2(L + R_1 R_2 C)^2} \cdot \left[(R_2 - \omega^2 R_1 L C)\cos\omega t + \omega(L + R_1 R_2 C)\,\mathrm{sen}\,\omega t\right]$$

E3b

in funzione del fasore $\bar{V}_c$

Per il circuito in Figura 2, nelle ipotesi del punto E3a, determinare la potenza complessa assorbita dall'amplificatore operazionale ideale.



$$\bar{A} = \frac{1}{2}\bar{V}_0\,\bar{i}^*$$

$$\bar{i} = \frac{1 + j\omega C R_1}{R_1}\,\bar{V}_c$$

$$\bar{V}_0 = -\bar{V}_c$$

$$\bar{A} = -\frac{1}{2}\,\bar{V}_c\left(\frac{1 + j\omega R_1 C\,\bar{V}_c}{R_1}\right)^* = -\frac{1}{2R_1}|\bar{V}_c|^2\,(1 - j\omega R_1 C)$$

E3c

Per il circuito in Figura 2, nelle ipotesi del punto E3a, determinare la potenza attiva erogata dal generatore indipendente di tensione, in funzione del fasore $\bar{V}_c$.

$$\underbrace{-P_E}_{\text{ASSORBITA}} = P_{R1} + P_{R2} + P_{A0}$$

(x il teorema di Boucherot)

$$P_{A0} = -\frac{1}{2R_1}|\bar{V}_c|^2$$

$$P_{R2} = Re\left\{\frac{1}{2}\bar{V}\frac{\bar{V}^*}{R_2}\right\} = \frac{1}{2}\frac{|\bar{V}|^2}{R_2} = \frac{1}{2}R_2|\bar{I}|^2 = \frac{1}{2}R_2\left|\frac{1+j\omega R_1C}{R_1}\bar{V}_c\right|^2$$

$$P_{R1} = Re\left\{\frac{1}{2}\bar{V}_c\frac{\bar{V}_c^*}{R_1}\right\} = \frac{1}{2}\frac{|\bar{V}_c|^2}{R_1}$$

$$-P_E = \frac{1}{2}\frac{|\bar{V}_c|^2}{R_1} + \frac{1}{2}R_2\frac{1+\omega^2R_1^2C^2}{R_1^2}|\bar{V}_c|^2 - \frac{1}{2}\frac{|\bar{V}_c|^2}{R_1} =$$

$$= \frac{1}{2}\frac{R_2}{R_1^2}\left(1+(\omega R_1C)^2\right)|\bar{V}_c|^2$$