5/5/2010
ore 9:15

FISICA (prima verifica in itinere)

Proff. Della Valle, Magni, Nisoli, Torricelli

1) Un proiettile di massa m colpisce con velocità $\boldsymbol{v}_0$ orizzontale un sacco di sabbia di massa $M = 10\,m$ in quiete, sospeso tramite un filo di lunghezza L. Il proiettile emerge dal sacco con velocità $\boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{v}_0/2$. Si calcoli:

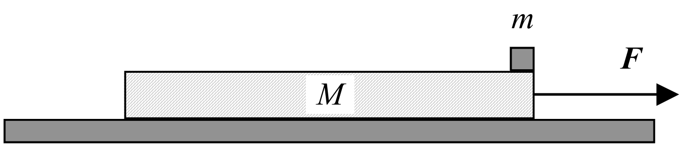
a) l'ampiezza angolare di oscillazione del sacco dopo l'impatto,
b) la variazione d'energia meccanica del sistema.

2) Un atleta di massa m pratica lo sport "bungee jumping" lanciandosi da un ponte, legato ad un filo elastico di lunghezza a riposo L_0. Durante il moto il filo subisce un allungamento massimo ΔL. Trascurando ogni attrito si calcoli:

a) la costante elastica del filo;
b) l'allungamento del filo nel punto di equilibrio;
c) la massima velocità dell'atleta.

3) Dai principi di Newton si ricavi la seconda equazione cardinale della dinamica dei sistemi di particelle, sia per polo fisso che mobile. Si dia la definizione precisa delle grandezze fisiche utilizzate e si spieghi il significato dei simboli impiegati.

4) Un oggetto puntiforme di massa m è posto ad un estremo di una lastra di massa M e lunghezza L, che può scivolare senza attrito su un piano orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e lastra è μ_d. Alla lastra è applicata una forza costante $\boldsymbol{F}$ orizzontale. Trascurando l'attrito statico, si calcoli l'intervallo di tempo necessario all'oggetto per raggiungere l'altro estremo della lastra.



5/5/2010

Si ricorda di:
- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA ,
- ***FIRMARE*** *l'elaborato,*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate.*

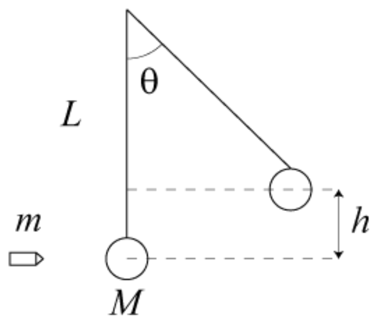
ore 9:15

FISICA
Soluzione della prova in itinere del 5 maggio 2010
Prof. Della Valle

1) Un proiettile di massa m colpisce con velocità $\boldsymbol{v}_0$ orizzontale un sacco di sabbia di massa $M = 10\,m$ in quiete, sospeso tramite un filo di lunghezza L. Il proiettile emerge dal sacco con velocità $\boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{v}_0/2$. Si calcoli:
a) l'ampiezza angolare di oscillazione del sacco dopo l'impatto,
b) la variazione d'energia meccanica del sistema.

Soluzione.

a) L'urto tra il proiettile di massa m ed il sacco di sabbia di massa $M = 10m$ è parzialmente anelastico per cui si conserva la quantità di moto ma non l'energia. Applicando il principio di conservazione della quantità di moto possiamo calcolare la velocità $\mathbf{v}_S$ che possiede il sacchetto di sabbia dopo l'urto:



$$m\mathbf{v}_0 = M\mathbf{v}_S + m\frac{\mathbf{v}_0}{2} \;\Rightarrow\; \mathbf{v}_S = \frac{m}{2M}\mathbf{v}_0 = \frac{1}{20}\mathbf{v}_0$$

La ampiezza angolare di oscillazione θ del sacco dopo l'impatto è legata geometricamente alla massima altezza h che esso raggiunge nel suo moto (come indicato in figura). Infatti si può scrivere che:

$$h = L\left(1-\cos\theta\right)$$

Applicando quindi il principio di conservazione dell'energia meccanica (dopo l'urto) è possibile calcolare l'angolo θ:

$$\frac{1}{2}Mv_S^2 = Mgh$$

$$\frac{1}{2}Mv_S^2 = \frac{1}{80}mv_0^2 = 10mgL\left(1-\cos\theta\right) \;\Rightarrow\; \theta = \arccos\left(1-\frac{v_0^2}{800gL}\right)$$

b) La variazione di energia meccanica si calcola invece come segue:

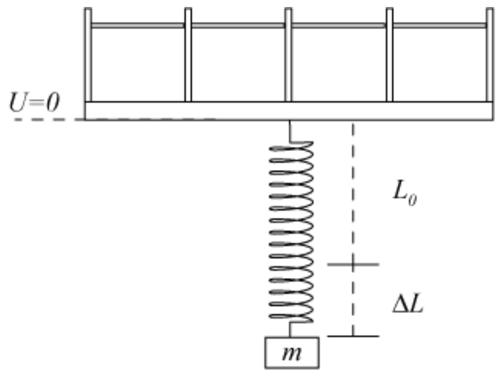
$$\Delta E = E_f - E_i = \frac{1}{2}m\left(\frac{v_0}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}Mv_S^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{29}{80}mv_0^2$$

2) Un atleta di massa m pratica lo sport "bungee jumping" lanciandosi da un ponte, legato ad un filo elastico di lunghezza a riposo L_0. Durante il moto il filo subisce un allungamento massimo ΔL. Trascurando ogni attrito si calcoli:

a) la costante elastica del filo;
b) l'allungamento del filo nel punto di equilibrio;
c) la massima velocità dell'atleta.

Soluzione.

a) Possiamo schematizzare l'elastico come una molla di costante elastica k che funziona in trazione ma non in compressione. Poiché sull'atleta agiscono solo forze conservative possiamo applicare il principio di conservazione dell'energia meccanica. Riferendosi alla figura, se poniamo l'energia potenziale gravitazionale nulla a livello del ponte da cui l'atleta si butta avremo che l'energia meccanica iniziale è nulla mentre quella finale, calcolata nel momento in cui vi è l'inversione del moto (elongazione massima dell'elastico uguale a ΔL), sarà costituita da un termine di energia potenziale elastica e da un termine gravitazionale. Possiamo perciò scrivere la seguente equazione nell'incognita k:



$$0 = \frac{1}{2}k\Delta L^2 - mg\left(L_0 + \Delta L\right)$$

Essa fornise il seguente risultato:

$$k = \frac{2mg\left(L_0 + \Delta L\right)}{\Delta L^2}$$

b) Si ricordi che in generale la condizione di equilibrio (meccanico) di un qualunque sistema fisico corrisponde ad avere una risultante di tutte le forze applicate nulla. L'allungamento del filo all'equilibrio, ΔL_{eq}, si calcola allora semplicemente uguagliando il peso dell'atleta (diretto verso il basso) alla forza elastica dovuta all'allungamento del filo (diretta verso l'alto):

$$k\Delta L_{eq} = mg \;\Rightarrow\; \Delta L_{eq} = \frac{mg}{k} = \frac{\Delta L^2}{2\left(L_0 + \Delta L\right)}$$

c) La velocità dell'atleta sarà massima quando la corda elastica sarà allungata di ΔL_{eq}. Infatti, fino a questo punto la risultante delle forze (forza elastica + forza peso) è diretta verso il basso e quindi l'atleta accelera; al contrario oltre questo punto la risultante è diretta verso l'alto e quindi l'atleta decelera. Utilizzando il principio di conservazione dell'energia si ottiene:

$$0 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 - mg\left(L_0 + \Delta L_{eq}\right) \;\Rightarrow\; v_{\max} = \sqrt{2g\left(L_0 + \Delta L_{eq}\right)} = \sqrt{2g\left(L_0 + \frac{\Delta L^2}{2\left(L_0 + \Delta L\right)}\right)}$$

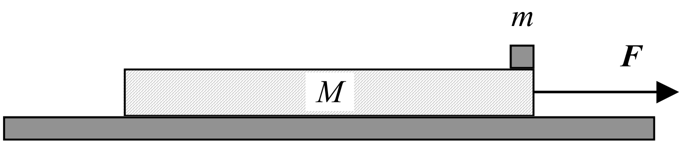
3) Dai principi di Newton si ricavi la seconda equazione cardinale della dinamica dei sistemi di particelle, sia per polo fisso che mobile. Si dia la definizione precisa delle grandezze fisiche utilizzate e si spieghi il significato dei simboli impiegati.

Soluzione.

Si vedano gli appunti del corso.

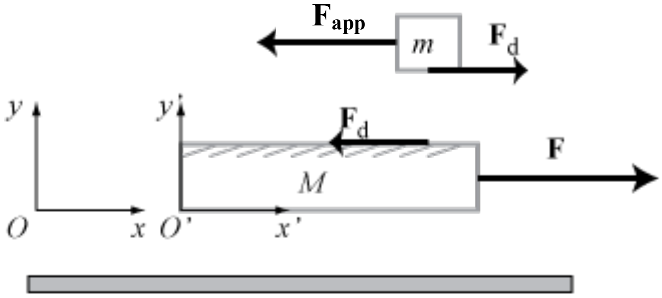
Si ricorda di:
- Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA ,
- ***FIRMARE*** *l'elaborato,*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate.*

4) Un oggetto puntiforme di massa m è posto ad un estremo di una lastra di massa M e lunghezza L, che può scivolare senza attrito su un piano orizzontale. Il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e lastra è μ_d. Alla lastra è applicata una forza costante $\boldsymbol{F}$ orizzontale. Trascurando l'attrito statico, si calcoli l'intervallo di tempo necessario all'oggetto per raggiungere l'altro estremo della lastra.



Soluzione.

Detto Oxy un sistema di riferimento inerziale (assoluto) solidale con il piano orizzontale, determiniamo innanzitutto l'accelerazione della lastra di massa M. Su tale lastra agiscono due forze, la forza $\mathbf{F}$ e la forza di attrito dinamico $\mathbf{F}_d = -\mu_d mg\mathbf{i}$ (vedi figura).



In base alla seconda legge di Newton della dinamica, l'accelerazione della lastra M sarà quindi data dalla seguente espressione:

$$\mathbf{a}_M = \frac{\mathbf{F} - \mathbf{F}_d}{M} = \frac{\mathbf{F}}{M} - \mu_d \frac{m}{M} g\mathbf{i}$$

Per la descrizione del moto del blocco di massa m conviene invece utilizzare un diverso sistema di riferimento, un sistema di riferimento (relativo) $O'x'y'$ solidale con la lastra di massa M, e quindi in moto traslatorio rispetto ad Oxy con accelerazione $\mathbf{a}_M$. Tale sistema di riferimento risulta quindi essere non inerziale, perciò il blocco di massa m sarà sottoposto non solo all'azione della forza di attrito dinamico $\mathbf{F}_d = \mu_d mg\mathbf{i}'$ ma anche ad una forza apparente $\mathbf{F}_{app} = -m\mathbf{a}_t = -m\mathbf{a}_M$, essendo $\mathbf{a}_t = \mathbf{a}_M$ l'accelerazione di trascinamento. Dalla seconda legge di Newton è possibile ricavare l'accelerazione a' con cui il blocco m si muove nel sistema di riferimento $O'x'y'$:

$$\mathbf{F}_d + \mathbf{F}_{app} = m\mathbf{a}' \;\Rightarrow\; a' = \mu_d g - \frac{F}{M} + \mu_d \frac{m}{M} g = \mu_d \left(\frac{M+m}{M} \right) g - \frac{F}{M}$$

A questo punto il tempo $\bar{t}$ impiegato dalla massa m per raggiungere l'altro lato della lastra è ricavabile dalla legge della cinematica per un moto rettilineo uniformemente accelerato:

$$x(\bar{t}) = L + \frac{1}{2} a' \bar{t}^2 = 0 \;\Rightarrow\; \bar{t} = \sqrt{\frac{-2L}{a'}}$$

Sostituendo l'accelerazione ricavata in precedenza si ottiene:

$$\bar{t} = \sqrt{\frac{2ML}{F - \mu_d (M+m) g}}$$