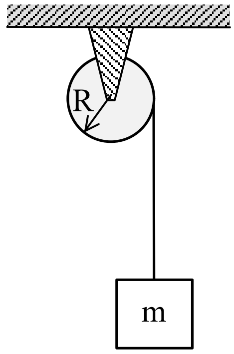
2/7/201

ore 9:00

FISICA (seconda verifica in itinere)

Proff. Della Valle, Nisoli, Torricelli

1) Un disco di raggio R può ruotare attorno ad un asse orizzontale fisso passante per il suo centro. Sul disco è avvolto un filo inestensibile e di massa trascurabile, cui è appeso un blocco di massa m. Il blocco viene lasciato libero di cadere. Trascurando ogni forma di attrito, si calcoli l'accelerazione del blocco e la tensione della fune. Si consideri noto il momento di inerzia I del disco rispetto all'asse di rotazione.



2) Un gas ideale monoatomico compie una trasformazione quasistatica in cui il calore assorbito in ogni tratto infinitesimo è 4 volte il lavoro prodotto (cioè $\delta Q = 4\delta L$). Si ricavi l'equazione della trasformazione.

3) Si enunci il teorema (disuguaglianza) di Clausius e lo si utilizzi per derivare il principio di accrescimento dell'entropia.

4) Una macchina termica assorbe in ogni ciclo una quantità di calore Q_2 = 5 kJ da una sorgente a temperatura T_2 = 500 K e cede calore a una sorgente alla temperatura T_1 = 300 K. La variazione di entropia dell'universo in ogni ciclo è ΔS = 5 J/K. Si determini:

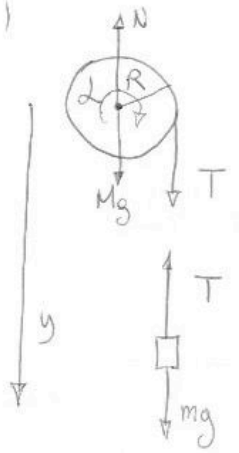
a) il lavoro prodotto in ogni ciclo;
b) il rendimento della macchina.

Modalità d'esame:
Gli studenti di FISICA (12 CFU) sono chiamati a rispondere a tutti i quesiti.
Gli studenti di FISICA A+B (10 CFU) o di FISICA A+C (10 CFU) sono chiamati a rispondere ai quesiti 2), 3) e 4).

Si ricorda di: - Scrivere in stampatello NOME, COGNOME e numero di MATRICOLA ,
- ***FIRMARE*** *l'elaborato,*
- *MOTIVARE e COMMENTARE adeguatamente le formule utilizzate.*

Soluzione.

1)



M: $T + Mg - N = 0$

$TR = I\alpha$

m: $mg - T = m a_m$

vincolo cinematico: $a_m = \alpha R$

$$\begin{cases} T = m(g - \alpha R) \\ TR = I\alpha \end{cases}$$ sistema di 2 eq. in 2 inc. α e T

$$mgR - m\alpha R^2 = I\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{mgR}{I + mR^2}$$

Ricaviamo infine $a_m = \alpha R = \dfrac{mR^2}{I + mR^2} g$

e $T = \dfrac{I\alpha}{R} = \dfrac{Img}{I + mR^2}$

2)

In base al I principio della TD,

$\delta Q = \delta \mathcal{L} + dU$

Trattandosi di un gas ideale mono atomico sappiamo che $dU = n c_v dT = n\frac{3}{2} R\, dT$, quindi

$\delta Q = p\,dV + n\frac{3}{2} R\, dT = 4p\,dV$

$n\frac{3}{2} R\, dT = 3p\,dV$

$\cancel{nR}\, dT = 2p\,dV = 2\frac{\cancel{nR}T}{V} dV$

(facendo uso della equazione di stato $pV = nRT$).

$$\frac{dT}{T} = 2\frac{dV}{V}$$

Integrando otteniamo $\ln\left(\dfrac{T}{T_0}\right) = 2 \ln\dfrac{V}{V_0} = \ln\left(\dfrac{V}{V_0}\right)^2$

che possiamo riscrivere come

$\ln(TV^{-2}) = \text{costante}$ o $TV^{-2} = \text{costante}$.

3)

In ogni trasformazione ciclica di un sistema chiuso vale la seguente relazione

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \le 0$$

ove l'uguaglianza vale solo se la trasformazione è reversibile, e δQ rappresenta la quantità di calore che il sistema (che compie la trasformazione) scambia con la sorgente a temperatura T.

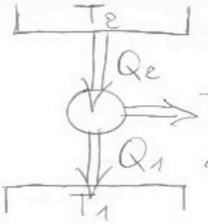
Considériamo ora una generica trasformazione ciclica composta però di una trasf. irreversibile da A a B e una reversibile da B a A

$$\int_{A,\,IRR}^{B} \frac{\delta Q}{T} + \int_{B,\,REV}^{A} \frac{\delta Q}{T} = \oint \frac{\delta Q}{T} \le 0$$

$$\Rightarrow \Delta S_{AB} \triangleq \int_{A,\,REV}^{B} \ge \int_{A,\,IRR}^{B} \frac{\delta Q}{T}$$

Se ora considero un sistema isolato, allora $\delta Q = 0$ in qualsiasi trasformazione e si trova il generalissimo risultato che l'entropia di un sistema isolato aumenta sempre: $\Delta S_{AB} \ge 0$

4)



$$\mathcal{L} = Q_2 - Q_1$$

$$\eta = \frac{\mathcal{L}}{Q_2} = 1 - \frac{Q_1}{Q_2}$$

$\Delta S_s = 0$ in un ciclo (S è f.ne di stato...)

$\Delta S = \Delta S_A$ (variaz. di entropia delle sorgenti) in un ciclo termodinamico.

$$\Delta S_A = \Delta S_1 + \Delta S_2 = -\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} = \Delta S$$

Si ricava $Q_1 = \Delta S\, T_1 + \frac{Q_2}{T_2} T_1$ e infine

$$\mathcal{L} = Q_2 - Q_1 = Q_2 \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) - \Delta S\, T_1 =$$

$$= \eta_c Q_2 - \Delta S\, T_1 = 500\ \mathrm{J}$$

rendimento della macchina di Carnot ideale che lavora tra T_1 e T_2.

$$\eta = \eta_c - \frac{\Delta S\, T_1}{Q_2} = 0.1\ (10\%)$$